中学数学教师招聘专业知识模拟卷（二）

一、选择题(本大题共 10 小题，每题 2 分，共 20 分)

1.复数 $z=1+\mathrm{i}$，$\bar{z}$ 为其共轭复数，则 $z\cdot\bar{z}$ 等于（　　）

A.1　　B.2　　C.$\sqrt{2}$　　D.4

2.若集合 $A=\{a^2,\ a,2\}$ 和 $B=\{1-a,-a\}$，满足 $A\cup B=A$，则 $2^a=$（　　）

A. 0.5　　B. 1　　C. 2　　D. 4

3.已知 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 为非零的平面向量。甲：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$，乙：$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$，则（　　）

A.甲是乙的充分条件但不是必要条件

B.甲是乙的必要条件但不是充分条件

C.甲是乙的充要条件

D.甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

4.已知实数 x，y 满足 $\begin{cases}x\ge 1\\ x-2y+1\le 0\\ x+y\le m\end{cases}$，如果目标函数 $z=\dfrac{y}{x+1}$ 的最大值为 1，则实数 m 为（　　）

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

5.$a^2+b^2=1$，$b^2+c^2=2$，$c^2+a^2=2$，则 $ab+bc+ca$ 的最小值为（　　）

A. $\sqrt{3}-\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{2}-\sqrt{3}$　　C. $-\dfrac{1}{2}-\sqrt{3}$　　D. $\dfrac{1}{2}+\sqrt{3}$

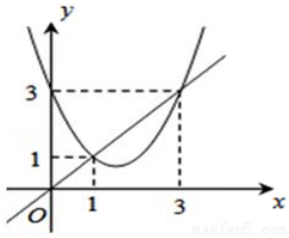
6.已知 $f(x)=2\sin^2\left(\omega x+\dfrac{\pi}{4}\right)-1$ 的对称中心和最近的对称轴之间的距离为 $\dfrac{\pi}{4}$，将 $f(x)$ 向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位，得到新函数 $g(x)$ 的解析式为（　　）

A. $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$　　B. $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$

C. $y=\sin\left(4x+\dfrac{3\pi}{2}\right)$　　D. $y=\sin\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{6}\right)$

7. $y=x^2+bx+c$ 与 $y=x$ 的图像如图所示，有① $b^2-4ac>0$，② $b+c+1=0$，③ $3b+c+6=0$，④当 $1<x<3$ 时，$x^2+(b-1)x+c<0$。其中正确有（　　）个

A.1　　B.2　　C.3　　D.4



8.已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0, b>0\right)$的离心率为 2，左右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点$A$在双曲线$C$上，若$\triangle AF_1F_2$的周长为$10a$，则$\Delta AF_1F_2$的面积为（　　）

A. $\sqrt{15}a^2$　　B. $5\sqrt{15}a^2$　　C. $15a^2$　　D. $30a^2$

9.设函数$f\left(x\right)=\begin{cases}\frac{3x+2}{x^2-4}-\frac{2}{x-2}, & x>2\\ a, & x\le 2\end{cases}$在$x=2$处连续，则$a=$（　　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{3}$

10.设$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$都是n阶方阵，则下列结论一定成立的是（　　）

A. $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{BA}$　　B. $\left(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}\right)^2=\boldsymbol{A}^2+2\boldsymbol{AB}+\boldsymbol{B}^2$

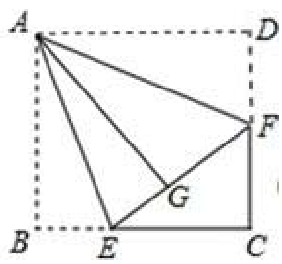
C. $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{AC}$（$\boldsymbol{A}$可逆）$\Rightarrow \boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}$　　D. $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{0} \Rightarrow \boldsymbol{A}=\boldsymbol{0}$或$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{0}$

二、填空题（本大题共 10 小题，每空 3 分，共 30 分）

1.已知正数a，b满足$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=2$，则$a+b$的最小值为________。

2.已知$|\boldsymbol{a}|=1, |\boldsymbol{b}|=2, (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=3$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}$的夹角为$\theta$，则$\cos\theta$=________。

3.如图，点E、F分别是正方形纸片$ABCD$的边BC、CD上一点，将正方形纸片$ABCD$分别沿AE、AF折叠，使得点B、D恰好都落在点G处，且$EG=2$，$FG=3$，则正方形纸片$ABCD$的边长为________。



4.已知a,b,c是$\triangle ABC$的三边长，且满足$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ a & b & c \\ b & c & a \end{vmatrix}=0$，则$\triangle ABC$一定是________。

5.$\int\left(10^x+3\sin x-\dfrac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=$________。

6.在平面直角坐标系xOy中，若双曲线$x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的焦点到其渐近线的距离等于抛物线$y^2=2px$上的点$M(1,2)$到其焦点的距离，则实数$b=$________。

7.从5位同学中选派4位同学在星期五、星期六、星期日参加公益活动，每人一天，要求星期五有2人参加，星期六、星期日各有1人参加，则不同的选派方法共有________种。

8.某药品原价为每盒100元，由于连续两次降价，每次降价20%，则两次降价后价格是每盒________元。

9.设$y=6x+k$是曲线$y=3x^2-6x+13$的一条切线，则$k=$________。

10.$\int_1^{e}\dfrac{1+\ln x}{x}\mathrm{d}x=$________。

三、解答题（本大题共4小题，每题8分，共32分）

1.已知椭圆$C_1:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$P(-2,0)$是它的一个顶点，过点$P$作圆$C_2$：$x^2+y^2=r^2$的切线$PT$，$T$为切点，且$|PT|=\sqrt{2}$，求

（1）椭圆C_1及圆C_2的方程；

（2）过点P作互相垂直的两条直线l_1，l_2；其中l_1与椭圆的另一交点为D，l_2与圆交于A，B两点，求△ABD的最大面积。

2.计算由曲线$y=x^2-2x+3$与直线$y=x+3$所围图形的面积。

3.设$x\in R$，函数$f(x)=\cos^2(\omega x+\varphi)-\dfrac{1}{2}$，$\left(\omega>0,0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$。已知$f(x)$的最小正周期为$\pi$，且$f\left(\dfrac{\pi}{8}\right)=\dfrac{1}{4}$。

（1）求ω和φ的值；

（2）求$f(x)$的单调递增区间；

（3）求函数$f(x)$在区间$\left[\dfrac{\pi}{24},\dfrac{7\pi}{24}\right]$上的最小值和最大值。

4.已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，满足 $S_n=\frac{1}{2}n^2+\frac{3}{2}n$，正项等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，且满足 $b_3=8$，$T_2=6$。

（1）求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）记 $c_n=a_n\cdot b_n$，$n\in\mathbf{N}^*$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 G_n。

四、应用题（本大题共 2 小题，每题 9 分，共 18 分）

1.某商店原来平均每天可销售某种水果 100 千克，每千克可盈利 7 元，为减少库存，经市场调查，如果这种水果每千克降价 1 元，则每天可所多售出 20 千克。

（1）设每千克水果降价 x 元，平均每天盈利 y 元，试写出 y 关于 x 的函数表达式；

（2）若要平均每天盈利 400 元，则每千克应降价多少元？

（3）每千克降价多少元时，每天的盈利最多？最多盈利多少元？

2.已知不透明的箱子里有 5 个大小相同的小球，且分别贴有数字 1、2、2、3、4，现从该箱子中任取 2 个球，记随机变量 X 为取出的两球上的数字之和。

（1）求 X 的分布列；

（2）求 X 的数学期望 $E(X)$。