

华图名师预测试卷(五)

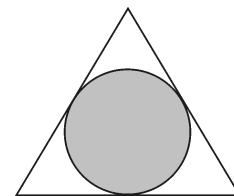
注意事项:

1. 请在答题纸上答题, 试卷上答题无效.
2. 本卷总分为 150 分.

一、单项选择题(共 15 题, 每题 4 分, 共 60 分)

1. 一根铁丝, 第一次用去全长的 $\frac{2}{5}$, 第二次用去 14 米, 剩下的与用去的比是 1:3, 这根铁丝还剩下().
 A. 10
 B. 20
 C. 30
 D. 40
2. 若函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ 对任意实数 x 都有 $f(2+x) = f(2-x)$, 那么().
 A. $f(2) < f(1) < f(4)$
 B. $f(1) < f(2) < f(4)$
 C. $f(2) < f(4) < f(1)$
 D. $f(4) < f(2) < f(1)$
3. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x \mid x^2 - 4 \leq 0\}$, 则 $\complement_U M$ 等于().
 A. $\{x \mid -2 < x < 2\}$
 B. $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$
 C. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$
 D. $\{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 2\}$
4. 为了绿化, 某村计划在荒山上种植 1200 棵树, 原计划每天种植 x 棵, 由于邻村的支援, 每天比计划多种了 40 棵, 结果提前 5 天完成了任务, 则列出方程为().
 A. $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{x+40} = 5$
 B. $\frac{1200}{x-40} - \frac{1200}{x} = 5$
 C. $\frac{1200}{x+40} - \frac{1200}{x} = 5$
 D. $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{x-40} = 5$
5. 下列命题中正确的个数是().
 ①如果直线 l 与平面 α 内的无数条直线垂直, 则 $l \perp \alpha$;
 ②如果直线 l 与平面 α 内的一条直线垂直, 则 $l \perp \alpha$;
 ③如果直线 l 不垂直于 α , 则 α 内没有与 l 垂直的直线;
 ④如果直线 l 不垂直于 α , 则 α 内也可以有无数条直线与 l 垂直.

- A. 0
 B. 1
 C. 2
 D. 3
6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 9n$, 第 k 项满足 $5 < a_k < 8$, 则 k 为().
 A. 9
 B. 8
 C. 7
 D. 6
7. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\sin A \cdot \sin B \cdot \cos C = \sin A \cdot \sin C \cdot \cos B + \sin B \cdot \sin C \cdot \cos A$, 若 a, b, c 分别是角 A, B, C 所对的边, 则 $\frac{ab}{c^2}$ 的最大值为().
 A. $\frac{3}{2}$
 B. 1
 C. 2
 D. $\frac{1}{2}$
8. 一个三角形的两边的长分别为 3 和 5, D, E, F 分别为三条边的中点, $\triangle DEF$ 的周长可能值为().
 A. 5.5
 B. 5
 C. 4.5
 D. 4
9. 一个圆柱体的侧面展开图是一个正方形, 这个圆柱的底面直径与高的比是().
 A. $1 : \pi$
 B. $1 : 2\pi$
 C. $1 : 4\pi$
 D. $2 : \pi$
10. 已知 AB 是圆 O 的一条直径, C 是圆 O 上一点, $CA = 2$, $\angle CAB = 60^\circ$, 若点 D 为线段 AC 的中点, 则 $\vec{BA} \cdot \vec{BD}$ 的值是().
 A. 2
 B. 4
 C. 6
 D. 14
11. 张庆随机地向如图所示边长为 6 的正三角形及其内部区域投针, 则针扎到其内切圆(阴影)区域概率为().



- A. $\frac{1}{3}$
 B. $\frac{\sqrt{3}\pi}{9}$
 C. $\frac{\sqrt{3}}{9}$
 D. $\frac{\pi}{9}$

12. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{x}{4}\right)^{\frac{1}{x}} = (\quad)$.

- A. $+\infty$
- B. ∞
- C. 0
- D. 1

13. 关于数学推理,以下说法正确的是().

①数学推理包括合情推理和演绎推理;②无论合情推理还是演绎推理所得到的结论都一定正确;③在解决数学问题的过程中,合情推理和演绎推理的功能不同;④推理是数学思维的基本方式.

- A. ①②③
- B. ①②④
- C. ①③④
- D. ②③④

14. 依据《义务教育数学课程标准(2011年版)》,关于“空间观念”说法错误的是().

- A. 空间观念主要是指根据物体特征抽象出几何图形
- B. 根据几何图形想象出所描述的实际物体
- C. 想象出物体的方位和相互之间的位置关系
- D. 依据数学语言的描述画出图形

15. 有关评价的主要目的说法错误的是().

- A. 全面了解学生数学学习的过程和结果
- B. 激励学生学习
- C. 提升教学活动效率
- D. 改进教师教学

二、填空题(共5题,每题4分,共20分)

16. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线与圆 $x^2 + (y-2)^2 = 1$ 相切,则双曲线的离心率为

_____.

17. 若正整数 a, b 满足 $ab = a + b + 3$, 则 ab 的最值范围为_____.

18. $\int_{-4}^4 \frac{x}{x^4 + 1} dx =$ _____.

19. 学生学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程.除接受学习外,《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出学习数学的重要方式还有_____、_____与_____.

20. 义务教育阶段的数学课程是培养公民素质的基础课程,具有_____、_____和_____.

三、简答题(共1题,共12分)

21. 在乘法分配率的计算过程中,有的学生出现了下列的做法:

$$42.9 \times 6.2 + 42.9 \times 3.8 = 42.9 \times 42.9 \times (6.2 + 3.8)$$

问题:

- (1) 请指出解题过程的错误之处,并分析导致错误的原因;
- (2) 针对错误原因,给出教学建议以避免此类错误的发生.

四、解答题(第22题是8分,第23,24,25题,每题10分)

22. 育才小学六年级一共有360人,其中喜欢语文与不喜欢语文的比例为5:4,喜欢数学和不喜欢数学的比例为7:5,两门都喜欢的有119人,两门都不喜欢的人有多少?

23. 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 31$, S_n 是它的前 n 项的和, $S_{10} = S_{22}$.

(1) 求 S_n ;

(2) 这个数列的前多少项的和最大, 并求出这个最大值.

24. 已知函数 $f(x) = 4\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - 2\sqrt{3}\cos 2x - 1$ ($x \in \mathbf{R}$).

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期、最大值及最小值;

(2) 求 $f(x)$ 的图象的对称轴方程.

25. 已知函数 $f(x) = x^2 - (2a+1)x + a \ln x$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调增区间;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[1, e]$ 上的最小值;

(3) 设 $g(x) = (1-a)x$, 若存在 $x_0 \in \left[\frac{1}{e}, e\right]$, 使得 $f(x_0) \geq g(x_0)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

五、综合应用题(总共 20 分)

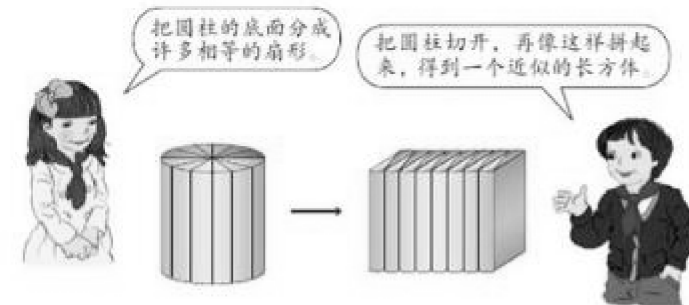
26. 依据以下要求和素材, 撰写侧重培养能力的教学过程设计(只要求写出教学过程).

素材: 圆柱体的体积计算公式(人教版六年级下册).

圆柱的体积

我们会计算长方体和正方体的体积, 圆柱的体积怎样计算呢? 能不能将圆柱转化成我们学过的立体图形, 计算出它的体积呢?

5



分成的扇形越多, 拼成的立体图形就越接近于长方体。

把拼成的长方体与原来的圆柱比较, 你能发现什么?

这个长方体的底面积等于圆柱的 _____, 高等于圆柱的 _____。
由长方体的体积等于底面积乘高可以得到:

圆柱的体积 = 底面积 × 高

$$V = Sh$$

圆柱的体积计算公式是:

$$V = \underline{\hspace{2cm}}$$

如果知道圆柱的底面半径 r 和高 h , 你能写出圆柱的体积公式吗?

华图名师预测试卷(六)

注意事项:

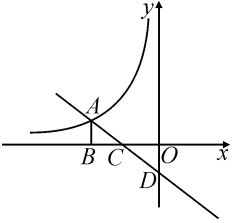
1. 请在答题纸上答题, 试卷上答题无效.
2. 本卷总分为 150 分.

一、单项选择题(共 15 题, 每题 4 分, 共 60 分)

1. 下列说法正确的是().
 - A. $ab-8=12$, 则 a 和 b 不成比例
 - B. 把 5 克盐放入 100 克的水里配成盐水, 盐水的含盐率是 5%
 - C. 两条不相交的直线叫做平行线
 - D. 一个合数至少有三个因数
2. 甲数是 840, _____, 乙数是多少? 如果求乙数的算式是 $840 \div (1+20\%)$, 那么应补充的条件是().
 - A. 甲数比乙数多 20%
 - B. 甲数比乙数少 20%
 - C. 乙数比甲数多 20%
 - D. 乙数比甲数少 20%
3. 设集合 $M = \left\{ x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, $N = \left\{ x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, 则().
 - A. $M=N$
 - B. $N \in M$
 - C. $M \in N$
 - D. M 与 N 的关系不确定
4. 已知 $y=f(x)$, $x \in (-a, a)$, $F(x)=f(x)+f(-x)$, 则 $F(x)$ 是().
 - A. 奇函数
 - B. 偶函数
 - C. 既是奇函数又是偶函数
 - D. 非奇非偶函数
5. 调查了某校高一—班的 50 名学生参加课外活动小组的情况, 有 32 人参加了数学兴趣小组, 有 27 人参加了英语兴趣小组, 对于既参加数学兴趣小组, 又参加英语兴趣小组的人数

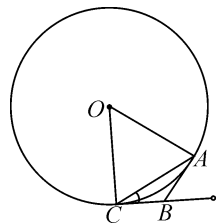
统计中, 下列说法正确的是().

- A. 最多 32 人
 - B. 最多 13 人
 - C. 最少 27 人
 - D. 最少 9 人
6. 若圆 C 的半径为 1, 圆心在第一象限, 且与直线 $4x-3y=0$ 和 x 轴都相切, 则该圆的标准方程是().
 - A. $(x-3)^2 + \left(y-\frac{7}{3}\right)^2 = 1$
 - B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$
 - C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 1$
 - D. $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = 1$
 7. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n a_{n-1} = a_{n-1} + (-1)^n$ 且 $a_1 = 1$, 则 $\frac{a_5}{a_3} =$ ().
 - A. $\frac{16}{15}$
 - B. $\frac{4}{3}$
 - C. $\frac{8}{15}$
 - D. $\frac{8}{3}$
 8. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a-3b+2=0$, 则 $2^a + \frac{1}{8^b}$ 的最小值为().
 - A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. 4
 9. 如图, 直线 $y=kx-1$ 与反比例函数 $y=-\frac{6}{x}$ 相交于点 A , $AB \perp x$ 轴, $S_{\triangle ABC} = 1$, 则 k 的值为().



 - A. $-\frac{1}{8}$
 - B. $\frac{1}{3}$
 - C. $-\frac{1}{3}$
 - D. $-\frac{1}{2}$
 10. 已知弦切角为 25° , 求两切线夹角().

- A. 50° B. 55°
 C. 60° D. 65°



11. 一个长方体,如果它的一个底面是面积为6平方厘米的正方形,它的侧面展开图是正方形,那么这个长方体的表面积是()平方厘米.
 A. 106 B. 108
 C. 110 D. 112
12. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3\sin x)^{\frac{2}{x}} = ()$.
 A. e^{-6} B. e^{-3}
 C. 0 D. 1
13. 数学作为促进学生全面发展教育的重要组成部分,()既要使学生掌握现代生活和学习中所需要的数学知识与技能,更要发挥数学在培养人的理性思维 and 创新能力方面的不可替代的作用.
 A. 数学思考 B. 问题解决
 C. 数学教育 D. 过程与方法
14. 义务教育阶段的数学课程是培养公民素质的基础课程,具有基础性、普及性和().
 A. 科学性 B. 发展性
 C. 根本性 D. 大众性
15. 《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出,解决问题的教学要贯穿于数学课程的全部内容中,不再单独出现()的教学.“综合与实践”的教学活动应当保证至少()一次,可以在课堂上完成,也可以课内外相结合.
 A. 每周 B. 每月
 C. 每学期 D. 每年

二、填空题(共5题,每题4分,共20分)

16. 与双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 有共同的渐近线,并且经过点 $(-3,2\sqrt{3})$ 的双曲线方程_____.
17. 若正数 a, b 满足 $a+b=2$,则 $\frac{1}{a+1}+\frac{4}{b+1}$ 的最小值是_____.

18. $\int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. 《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出教师的教学活动应该以学生的和_____为基础,面向全体学生,注重启发式和因材施教.
20. 通过义务教育阶段的数学学习,学生能获得适应社会生活和进一步发展所必需的数学的_____、_____、_____、_____.

三、简答题(共1题,共12分)

21. 在进行四则运算的时候,有的学生出现了下列的做法:

$$32-24 \times \frac{1}{8} = 8 \times \frac{1}{8} = 1$$

$$\frac{4}{11} + \frac{5}{11} \times \frac{11}{9} = \frac{9}{11} \times \frac{11}{9} = 1$$

问题:

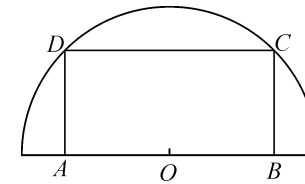
- (1) 请指出解题过程的错误之处,并分析导致错误的原因;
 (2) 针对错误原因,给出教学建议以避免此类错误的发生.

四、解答题(第 22 题是 8 分,第 23,24,25 题,每题 10 分)

22. 有 20 堆石子,每堆都有 100 个石子.随意从这 20 堆中选一堆,再从其余 19 堆的每一堆中各取一个石子放到这堆中,称为一次操作.经过不到 50 次操作,发现有一堆的石子数是 65,另一堆的石子数在 186—224 之间,那么这堆石子有多少个?

23. 如图,在半径为 30 cm 的半圆形(O 为圆心)铝皮上截取一块矩形材料 $ABCD$,其中点 A, B 在直径上,点 C, D 在圆周上.

- (1) 怎样截取才能使截得的矩形 $ABCD$ 的面积最大? 并求最大面积;
(2) 若将所截得的矩形铝皮 $ABCD$ 卷成一个以 AD 为母线的圆柱形罐子的侧面(不计剪裁和拼接损耗),应怎样截取才能使做出的圆柱形罐子体积最大? 并求最大面积.



24. 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(0, 4)$, 离心率为 $\frac{3}{5}$,

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 求过点 $(3, 0)$ 且斜率为 $\frac{4}{5}$ 的直线被椭圆 C 所截线段的中点坐标.

25. 已知函数 $f(x) = (ax^2 + 2x - 2)e^x$, 其中 e 是自然对数底数, $a \in \mathbf{R}$,

(1) 若 $a = 1$, 求曲线 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处切线方程;

(2) 若 $a < 0$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(3) 若 $a = -2$, 函数 $f(x)$ 的图象与函数 $g(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + m$ 的图象有 3 个不同的交点, 求

实数 m 的取值范围.

五、综合应用题(总共 20 分)

26. 下列材料呈现的人教版四年级下册小学数学中“三角形的内角和”的教学内容, 请阅读并回答问题.

(1) 本内容的教学目标;(6 分)

(2) 教学的重点难点, 并指出教材是以何种方式去帮助学生理解难点;(4 分)

(3) 设计本内容的教学过程简案.(10 分)

三角形的内角和

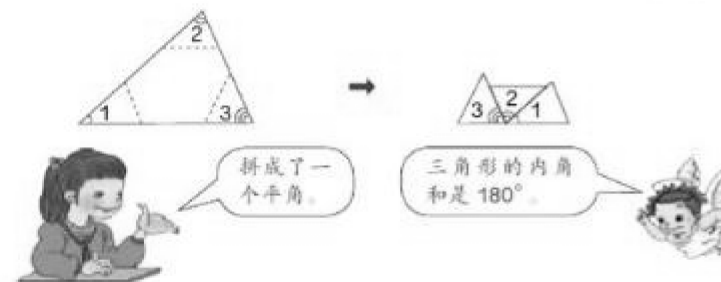
6 画几个不同类型的三角形。量一量，算一算，三角形 3 个内角的和各是多少度。

我这个直角三角形的内角和大约是 180° 。

我的是锐角三角形，也是……

你发现了什么？用实验来验证一下。

先把一个三角形的三个角剪下来，再拼一拼。看一看，拼成了一个什么角。



做一做

1. 在右图中, $\angle 1 = 140^\circ$, $\angle 3 = 25^\circ$. 求 $\angle 2$ 的度数.



华图名师预测试卷(五)

一、单项选择题

1. A 【解析】设这根铁丝的长度为 a , 依据题意为 $\frac{\frac{3}{5}a-14}{\frac{2}{5}a+14} = \frac{1}{3}$, 解得 $a=40$, 故剩下部分长度为 $\frac{3}{5}a-14=$

10 米, 故本题选择 A.

2. A 【解析】由 $f(2+x)=f(2-x)$ 可知: 函数 $f(x)$ 的对称轴为 $x=2$, 由二次函数 $f(x)$ 开口方向, 可得 $f(2)$ 最小; 又 $f(4)=f(2+2)=f(2-2)$, 在 $x<2$ 时 $f(x)$ 为减函数. $\therefore 0<1<2, \therefore f(0)>f(1)>f(2)$, 即 $f(2)<f(1)<f(4)$. 故本题选择 A.

3. C 【解析】 $\because M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}, \therefore \complement_U M = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$. 故本题选择 C.

4. A 【解析】按照原计划种树天数为 $\frac{1200}{x}$, 现在种树的天数为 $\frac{1200}{x+40}$, 依据题意可以列方程为 $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{x+40} = 5$. 故本题选择 A.

5. B 【解析】举个反例, 例如将一条直线与一个平面斜交, 然后就可以排除①②③. 故本题选择 C.

6. B 【解析】由 $a_n = \begin{cases} S_1, n=1 \\ S_n - S_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}, a_n = 2n - 10$. 由 $5 < 2k - 10 < 8$, 得 $7.5 < k < 9, \therefore k = 8$, 故本题选 B.

7. A 【解析】由正弦定理可知 $ab \cos C = a \cos B + b \cos A$, 在由余弦定理可知 $a^2 + b^2 - c^2 = a^2 + c^2 - b^2 + b^2 + c^2 - a^2$, 化简可得 $a^2 + b^2 = 3c^2 \geq 2ab$, 所以 $\frac{ab}{c^2} \leq \frac{3}{2}$. 故本题选择 A.

8. A 【解析】 $\triangle DEF$ 的周长是 $\triangle ABC$ 周长的一半, 由于 $5 - 3 < c < 5 + 3$, 所以 $10 < C_{\triangle ABC} < 16$, 可得 $5 < C_{\triangle DEF} < 8$. 故本题选 A.

9. A 【解析】设地面半径为 r , 则直径为 $2r$, 高为底面周长 $2\pi r$, 所以圆柱的底面直径与高的比为 $1:\pi$. 故本题选择 A.

10. D 【解析】由图可知, AB 为直径, C 为圆上的点, 所以 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $AB = 2AC = 4, BC = 2\sqrt{3}$. $\vec{BA} \cdot \vec{BD} = \vec{BA} \cdot (\vec{BC} + \vec{CD}) = \vec{BA} \cdot \vec{BC} + \frac{1}{2} \vec{BA} \cdot \vec{CA}$, 化简可得为 14. 故本题选 D.

11. B 【解析】本题考查几何概型. 根据几何概型公式可知 $P = \frac{\pi r^2}{\frac{1}{2} \times (2\sqrt{3}r)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}\pi}{9}$. 故本题选 B.

12. C 【解析】 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{x}{4}\right)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[1 + \left(-\frac{x}{4}\right)\right]^{(-\frac{x}{4}) \cdot (-\frac{4}{x}) \cdot \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{x^2} = 0$, 故本题选 C.

13. C 【解析】推理能力的发展应贯穿在整个数学学习过程中. 推理是数学的基本思维方式, 也是人们学习和生活中经常使用的思维方式. 推理一般包括合情推理和演绎推理, 合情推理是从已有的事实出发, 凭借经验和直觉, 通过归纳和类比等推断某些结果; 演绎推理是从已有的事实(包括定义、公理、定理等)和确定的规则(包括运算的定义、法则、顺序等)出发, 按照逻辑推理的法则证明和计算. 在解决问题的过程中, 合情推理用于探索思路, 发现结论; 演绎推理用于证明结论. 故本题选 C.

14. D 【解析】空间观念主要是指根据物体特征抽象出几何图形, 根据几何图形想象出所描述的实际物体; 想象出物体的方位和相互之间的位置关系; 描述图形的运动和变化; 依据语言的描述画出图形等. 故本题选 D.

15. C 【解析】评价的主要目的是全面了解学生数学学习的过程和结果, 激励学生学习和改进教师教学. 故本题选 C.

二、填空题

16. 2 【解析】依据题意, 由于双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线与圆 $x^2 + (y-2)^2 = 1$ 相切, 那么可知圆心 $(0, 2)$ 到直线 $y = \frac{b}{a}x \Leftrightarrow bx - ay = 0$ 的距离为圆的半径为 1, 即可知 $\frac{|0-2a|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4a^2 \Leftrightarrow b^2 = 3a^2$, 则

$$\text{其离心率 } e = \frac{c}{a} = \sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = 2.$$

17. $ab \geq 9$ 【解析】 $ab = a + b + 3 \geq 2\sqrt{ab} + 3$, 令 $t = \sqrt{ab}$, 则 $t^2 - 2t - 3 \geq 0$ 即 $(t-3)(t+1) \geq 0$ 解得 $t \geq 3$ 或 $t \leq -1$ (舍去). 故 $ab = t^2 \geq 9$.

18. 0 【解析】积分上下限是关于原点对称, 且被积函数是奇函数, 故为 0.

19. 动手实践、自主探索与合作交流 【解析】学生学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程. 除接受学习外, 动手实践、自主探索与合作交流同样是学习数学的重要方式.

20. 基础性、普及性和发展性 【解析】略.

三、简答题

21. 【参考答案】

(1) 错因分析: 学生对乘法分配律的理解不透彻, 运用有误, 没有掌握好计算方法.

(2) 教学课程的内容不仅包括数学的结果, 也包括数学结果的形成过程和蕴含的思想方法. 可以让学生开始接触运算律的时候, 通过实例给学生讲解运算律其中所代表的含义.

教学活动是师生积极参与, 交往互动, 共同发展的过程. 在进行运算律的教学时, 要保持和学生的交流, 及时帮助他们复习之前学过的知识, 帮助学生理解.

教师要发挥主导作用, 处理好讲授与学生自主学习的关系, 引导学生独立思考、自主探索、合作交流. 帮助学生总结乘法分配律的结论. 两个数的和与一个数相乘, 可以先把它们分别与这个数相乘, 再相加, 叫做乘法分配律.

四、解答题

22. 109人 【解析】由题意可知喜欢语文的有 $360 \times \frac{5}{5+4} = 200$ 人;喜欢数学的有 $360 \times \frac{7}{7+5} = 210$,而两门都喜欢有 119 人,因此至少喜欢一门的人数为 $200+210-119=291$ 人,所以两门都不喜欢的人数为 $400-291=109$ 人.

23. (1) $S_n = -n^2 + 32n$; (2) 当 $n=16$ 时, S_n 有最大值, S_n 的最大值是 256 【解析】(1) $\because S_{10} = a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$, $S_{22} = a_1 + a_2 + \dots + a_{22}$. 又 $\because S_{10} = S_{22}$, $\therefore a_{11} + a_{12} + \dots + a_{22} = 0$, 即 $a_{11} + a_{22} = 2a_1 + 31d = 0$, 又 $a_1 = 31$, $\therefore d = -2$, $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 31n - n(n-1) = -n^2 + 32n$. (2) 由(1)知, $S_n = -n^2 + 32n$, \therefore 当 $n=16$ 时, S_n 有最大值, S_n 的最大值是 256.

24. (1) 最小正周期为 π , 最大值为 5, 最小值为 -3; (2) 对称轴为 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{12} (k \in \mathbf{Z})$ 【解析】(1) $f(x) = 2[1 - \cos(\frac{\pi}{2} + 2x)] - 2\sqrt{3} \cos 2x - 1 = 2\sin 2x - 2\sqrt{3} \cos 2x + 1 = 4\sin(2x - \frac{\pi}{3}) + 1$, $\therefore f(x)$ 的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$, 最大值为 $4+1=5$, 最小值为 $-4+1=-3$. (2) 由 $2x - \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2}$, 得 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{12}$. $\therefore f(x)$ 的图象的对称轴方程为 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{12} (k \in \mathbf{Z})$.

25. (1) 单调递增区间为 $(0, \frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$; (2) 见解析; (3) $a \leq \frac{e^2 - 2e}{e - 1}$ 【解析】(1) 当 $a=1$ 时代入 $f(x)$ 得 $f(x) = x^2 - 3x + \ln x$, 则 $f'(x) = 2x - 3 + \frac{1}{x} = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x}$. 求 $f(x)$ 的增区间, 令 $f'(x) > 0$, 可得 $\frac{2x^2 - 3x + 1}{x} > 0$, 解得 $x > 1$ 或 $x > \frac{1}{2}$, 所以 $f(x)$ 的单调增区间为 $(0, \frac{1}{2})$, $(1, +\infty)$;

(2) 当 $a \leq 1$ 时, $[f(x)]_{\min} = f(1) = -2a$,

当 $1 < a < e$ 时, $[f(x)]_{\min} = f(a) = -a^2 - a + a \ln a$,

当 $a \geq e$ 时, $[f(x)]_{\min} = f(e) = e^2 - 2ae - e + a$;

(3) 令 $x^2 - (a+2) + a \ln(x) \geq 0$ 在 $[\frac{1}{e}, e]$ 上有解. 即 $x^2 - 2x \geq a(x - \ln x)$, 由于 $x - \ln x$ 在 $[\frac{1}{e}, e]$ 上为正数, 所以转化为: $a \leq \frac{x^2 - 2x}{x - \ln x}$ 在 $[\frac{1}{e}, e]$ 上有解. 令 $h(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - \ln x}$, 求此函数在 $[\frac{1}{e}, e]$ 的最大值. 由于当 $x < 2$ 时, $h(x)$ 为负, 在 $(2, e)$ 上的单调性, 由于 $h'(x) = \frac{(x-1)(x+2-2\ln x)}{(x-\ln x)^2} > 0$ 成立, 所以 $h(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - \ln x}$ 在 $(2, e)$ 是增函数, 又因为 $h(e) = \frac{e^2 - 2e}{e - \ln e} > 0$, 所以 $h(x)_{\max} = \frac{e^2 - 2e}{e - 1}$, 故实数 a 的取值范围为 $a \leq \frac{e^2 - 2e}{e - 1}$.

五、综合应用题

26. 【参考答案】

一、创设情境, 导入新课

1. 出示装了水的圆柱容器. 启发学生思考: 容器里面的水形成了什么形状? 你能用以前学过的办法求出这些水的体积吗? 学生小组讨论后汇报: 把它倒入长方体容器中, 量出数据后再计算. 然后让学生开始动手在

操作中体验: 组织学生分组操作, 倒水、测量、计算.

2. 出示橡皮泥捏成的圆柱. 通过提问: 大家有办法求出这个圆柱形橡皮泥的体积吗? 来引导学生去思考, 引入到本节课.

二、讲授新课

1. 回顾旧知, 帮助迁移.

在学习圆的面积时, 是怎样把圆转化成已学的图形, 来推导圆面积的计算公式的.

2. 小组合作, 实践迁移.

(1) 启发: 现在该怎样来计算圆柱的体积呢? 能不能把圆柱转化成我们已学过的立体图形, 来计算它的体积?

(2) 操作: 学生操作学具, 进行拼组.

让学生明确: 分成的扇形越多, 拼成的立体图形就越接近于长方体.

(3) 讨论: 圆柱与所拼成的近似长方体之间有什么联系?

(4) 汇报: 近似长方体的体积等于圆柱的体积; 近似长方体的底面积等于圆柱的底面积; 近似长方体的高就是圆柱的高.

(5) 概括: 试着让学生根据圆柱与近似长方体的关系, 推导公式:

长方体的体积 = 底面积 \times 高

↓ ↓ ↓

圆柱的体积 = 底面积 \times 高

引导学生用字母表示计算公式: $V = sh$

3. 运用新知, 尝试解答例题.

(1) 尝试: 学生理解题意后, 自己尝试解答.

(2) 展示: 将学生可能出现的三种情况展示于平台上.

① $50 \times 2.1 = 105$ (立方厘米)

② 2.1 米 = 210 厘米 $50 \times 210 = 10500$ (平方厘米)

③ 2.1 米 = 210 厘米 $50 \times 210 = 10500$ (平方厘米)

(3) 辨析: 解答是完全正确的? 为什么?

组织学生讨论, 明确必须先统一单位后再计算及计算体积应用体积单位.

(4) 拓展: 如果已知圆柱底面的半径 r 和高 h , 该怎么来计算圆柱的体积呢? 自己先写出计算公式, 再相互交流 $V = \pi r^2 h$.

如果已知的是底面直径 d 和高 h 呢?

三、巩固练习

1. 完成练习二十一的第一题. 学生先独立填表, 而后全班汇报.

2. 提高练习: 要知道这个圆柱形柱子的体积, 测量哪些数据较方便? 学生讨论后交流.

四、小结

通过问题例如同学们都有那些收获? 都学习了那些知识? 等问题来引导学生去回顾本节课的主要内容.

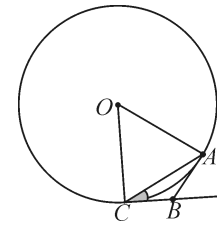
五、作业布置

用硬纸自制一个圆柱,测出它的高和底面直径,计算体积和表面积.

华图名师预测试卷(六)

一、单项选择题

1. D 【解析】A 选项, $ab=20$, a 和 b 成反比例, 错误; B 选项, 盐水的含盐率为 $\frac{5}{100+5} \times 100\% = 4.8\%$, 故错误; C 选项, 在同一平面内不相交的直线叫做平行线, 故错误; D 选项, 根据合数的定义可以得知选项正确. 故本题选 D.
2. A 【解析】由算式 $840 \div (1+20\%)$ 可知, 将乙看成“1”, 甲数是乙数的 $1+20\%$, 表示甲数比乙数多 20% . 故本题选 A.
3. C 【解析】集合 M 的元素为: $x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}$, 集合 N 的元素为: $x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}$, 而 $2k+1$ 为奇数, $k+2$ 为整数, $\therefore M \in N$, 故本题选 C.
4. B 【解析】 $F(-x) = f(-x) + f(x) = F(x)$, 又因为 $x \in (-a, a)$ 关于原点对称, 所以 $F(x)$ 是偶函数. 故本题选 B.
5. D 【解析】 $\because 27+32-50=9$, 故两项兴趣小组都参加的至多有 27 人, 至少有 9 人. 故本题选 D.
6. B 【解析】设圆心为 (a, b) , 由题意可知 $b=r=1, 1 = \frac{|4a-3|}{\sqrt{32+42}}$, 又 $\because a>0, \therefore a=2, \therefore$ 圆的标准方程为 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$. 故本题选 B.
7. B 【解析】 $a_2 a_1 = a_1 + (-1)^2 \Rightarrow a_2 = 2, a_3 a_2 = a_2 + (-1)^3 \Rightarrow a_3 = \frac{1}{2}$, 同理可得 $a_5 = \frac{2}{3}$ 故 $\frac{a_5}{a_3} = \frac{4}{3}$. 故本题选 B.
8. A 【解析】根据均值不等式可知 $2^a + \frac{1}{8^b} = 2^a + 2^{-3b} \geq 2\sqrt{2^{a-3b}} = 1$. 故本题选 A.
9. A 【解析】设 A 点横坐标为 m , 由直线 $y=kx-1$ 可知 $C(\frac{1}{k}, 0)$, 且三角形 ABC 的面积为 1, 所以 $\frac{1}{2}(\frac{1}{k}-m)(-\frac{6}{m}) = 1$, 所以 $km = \frac{3}{2}$, 所以 A 点的纵坐标为 $y = km - 1 = -\frac{6}{m}$, 所以 $m = -12$, 所以 $k = -\frac{1}{8}$. 故本题选 A.
10. A 【解析】 $\angle ACB = 25^\circ, A, C$ 为圆上的两切点, 则 $\angle ACB = \angle CAB = 25^\circ$, 所以切线 CB 和 AB 的夹角为 50° . 故本题选 A.



11. B 【解析】本题考查几何体表面积体积计算知识. 底面是面积为 6 平方厘米的正方形, 说明底面的边长为 $\sqrt{6}$ cm, 侧面展开为正方形, 说明长方体的高与底面周长相等, 即 $4\sqrt{6}$ cm, 因此长方体的表面积为 $6 \times 2 + \sqrt{6} \times 4 \times \sqrt{6} \times 4 = 108 \text{ cm}^2$. 故本题选 B.
12. A 【解析】 $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3\sin x)^{\frac{2}{x}} = \lim_{-3\sin x \rightarrow 0} (1-3\sin x)^{\frac{1}{-3\sin x} \cdot \frac{-3\sin x \cdot 2}{x}} = e^{-6} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = e^{-6}$, 故本题选 A.
13. C 【解析】《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出数学作为促进学生全面发展教育的重要组成部分, 数学教育既要使学生掌握现代生活和学习中所需要的数学知识与技能, 更要发挥数学在培养人的理性思维和创新能力方面的不可替代的作用. 故本题选 C.
14. B 【解析】义务教育阶段的数学课程是培养公民素质的基础课程, 具有基础性、普及性和发展性.
15. C 【解析】《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出“综合与实践”的教学活动应当保证每学期至少一次, 可以在课堂上完成, 也可以课内外相结合.

二、填空题

16. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ 【解析】 \because 所求双曲线与双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 有相同的渐近线, \therefore 可设所求双曲线的方程为 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = \lambda (\lambda \neq 0)$. \because 点 $(-3, 2\sqrt{3})$ 在双曲线上, $\therefore \lambda = \frac{(-3)^2}{9} - \frac{(2\sqrt{3})^2}{16} = \frac{1}{4}$. \therefore 所求双曲线的方程为 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$.
17. $\frac{9}{4}$ 【解析】 \because 整数 a, b 满足 $a+b=2, \therefore (a+1) + (b+1) = 4, \therefore \frac{1}{a+1} + \frac{4}{b+1} = \frac{1}{4}(\frac{1}{a+1} + \frac{4}{b+1})[(a+1) + (b+1)] = \frac{1}{4}[5 + \frac{b+1}{a+1} + \frac{4(a+1)}{b+1}] \geq \frac{1}{4}(5+2\sqrt{\frac{b+1}{a+1} \cdot \frac{4(a+1)}{b+1}}) = 9$ 当且仅当 $\frac{b+1}{a+1} = \frac{4(a+1)}{b+1}$ 即 $a = \frac{1}{3}$ 且 $b = \frac{5}{3}$ 时取等号. 则 $\frac{1}{a+1} + \frac{4}{b+1}$ 的最小值为 $\frac{4}{9}$.
18. $\frac{1}{2}e^{2x} - e^x + x + c$. 【解析】 $\int \frac{e^{3x}+1}{e^x+1} dx = \int \frac{(e^x+1)(e^{2x}-e^x+1)}{e^x+1} dx = \int (e^{2x}-e^x+1) dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + x + c$.
19. 认知发展水平、已有的经验 【解析】教师教学应该以学生的认知发展水平和已有的经验为基础, 面向全体学生, 注重启发式和因材施教.
20. 基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验 【解析】略.

三、解答题

21. 【参考答案】

(1) 错因分析: 运算顺序混淆不清, 没有明确先算二级运算, 再算一级运算, 而是从左往右依次计算.

(2) 教学课程的内容不仅包括数学的结果,也包括数学结果的形成过程和蕴含的思想方法. 可以让学生开始四则混合运算的时候,通过实例给学生讲解其中蕴含的原理.

教师的教学应以学生的认知发展水平和已有的经验为基础. 在进行小数乘法的教学时,要保持和学生的交流,及时帮助他们复习之前学过的知识:整数四则混合运算.

学生应体会数学知识之间的联系,可以设置有效的教学情境,引导学生通过对比思想,突破思维定式的影响;

教师要发挥主导作用,处理好讲授与学生自主学习的关系,引导学生独立思考、自主探索、合作交流. 帮助学生总结四则混合运算的顺序:先算乘除,再算加减.

四、解答题

22. 23 【解析】那堆 65 的石子,告诉我们一共是 35 次操作. 因为这堆石子只要被堆一次,就是 $100+19=119$,其余最多 48 次都拿走的话,也至少由 71 个,所以这堆 65 的石子每次都被拿出,从没被堆过, $100-65=35$. 操作了 35 次,假设另一堆在 186 和 224 之间的石头在 35 次操作者被堆了 x 次,那么石头的总数为 $186 < 100+19x-(34-x)66+20x < 224$,且 x 为整数,所以解得 $x=23$.

23. (1) $BC=15\sqrt{2}$ cm 时,矩形 $ABCD$ 的面积最大,最大面积为 900 cm^2 ; (2) $BC=10\sqrt{3}$ 时,体积 V 最大值为 $\frac{600\sqrt{3}}{\pi}\text{ cm}^3$ 【解析】(1) 连接 OC , 设 $BC=x$, 矩形 $ABCD$ 的面积为 S ; 则 $AB=2\sqrt{900-x^2}$ (其中 $0 < x < 30$), $\therefore S=2x\sqrt{900-x^2}=2\sqrt{x^2(900-x^2)} \leq x^2+(900-x^2)=900$, 当且仅当 $x^2=900-x^2$, 即 $x=15\sqrt{2}$ 时, S 取最大值 900; 所以,取 $BC=15\sqrt{2}$ cm 时,矩形 $ABCD$ 的面积最大,最大面积为 900 cm^2 .

(2) 设圆柱底面半径为 r 高为 x , 体积为 V , 由 $AB=2\sqrt{900-x^2}=2\pi r$, 得 $r=\frac{\sqrt{900-x^2}}{\pi}$, $\therefore V=\pi r^2 h=\frac{1}{\pi}(900x-x^3)$, (其中 $0 < x < 30$); 由 $V'=\frac{1}{\pi}(900-3x^2)=0$, 得 $x=10\sqrt{3}$; 因此 $V=\frac{1}{\pi}(900x-3x^3)$ 在 $(0, 10\sqrt{3})$ 上是增函数, 在 $(10\sqrt{3}, 30)$ 上是减函数; \therefore 当 $x=10\sqrt{3}$ 时, V 的最大值为 $\frac{6000\sqrt{3}}{\pi}$, 即取 $BC=10\sqrt{3}$ cm 时, 做出的圆柱形罐子体积最大, 最大值为 $\frac{6000\sqrt{3}}{\pi}\text{ cm}^3$.

24. (1) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$; (2) $(\frac{3}{2}, -\frac{6}{5})$ 【解析】(1) 将 $(0, 4)$ 代入 C 的方程得 $\frac{16}{b^2}=1$, $\therefore b=4$.

又 $\because e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}}=\sqrt{1-\frac{16}{a^2}}=\frac{3}{5}$, 解得 $a=5$;

$\therefore C$ 的方程为 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

(2) 过点 $(3, 0)$ 且斜率为 $\frac{4}{5}$ 的直线方程为 $y=\frac{4}{5}(x-3)$,

设直线与 C 的交点为 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

将直线方程 $y=\frac{4}{5}(x-3)$ 代入椭圆 C 的方程, 得 $\frac{x^2}{25}+\frac{(x-3)^2}{25}=1$,

整理可得 $x^2-3x-8=0$ 根据韦达定理可得 $x_1+x_2=3$,

\therefore 直线被椭圆 C 所截线段的中点横坐标为 $\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{3}{2}$, 代入直线方程可得纵坐标为 $-\frac{6}{5}$, \therefore 直线被椭圆 C

所截线段的中点坐标为 $(\frac{3}{2}, -\frac{6}{5})$.

25. (1) $5ex-y-4e=0$; (2) 见解析; (3) $m \in (-6e-16, -2)$ 【解析】(1) 当 $a=1$ 时, $f(x)=(x^2+2x-2)e^x$, $f'(x)=(x^2+4x)e^x$. 曲线 $f(x)$ 在点 $[1, f(1)]$ 处的切线斜率为 $5e$, 切点为 $(1, e)$, 即有切线方程为 $y-e=5e(x-1)$, 即切线方程为 $5ex-y-4e=0$;

(2) $f'(x)=ax(x+\frac{2a+2}{a})e^x$

令 $f'(x)=0$, 则 $x=0$ 或 $x=-\frac{2a+2}{a}$,

① 当 $a=-1$ 时, $f'(x) \leq 0$ 恒成立, $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上递减, 即 $f(x)$ 的减区间为 \mathbf{R} ;

② 当 $-1 < a < 0$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 和 $(-\frac{2a+2}{a}, +\infty)$ 上递减, 在 $(0, -\frac{2a+2}{a})$ 上递增, 即 $f(x)$ 的增区间为 $(0, -\frac{2a+2}{a})$, 减区间为 $(-\infty, 0)$ 和 $(-\frac{2a+2}{a}, +\infty)$;

③ 当 $a < -1$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, -\frac{2a+2}{a})$ 和 $(0, +\infty)$ 上递减, 在 $(-\frac{2a+2}{a}, 0)$ 上递增, 即 $f(x)$ 的增区间为 $(-\frac{2a+2}{a}, 0)$, 减区间为 $(-\infty, -\frac{2a+2}{a})$ 和 $(0, +\infty)$.

(3) $a=-2$ 时, 可得 $f(x)-g(x)=(-2x^2+2x-2)e^x-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-m$,

原问题等价于 $f(x)-g(x)$ 的图象与 x 轴有 3 个不同的交点.

即 $y=m$ 与 $y=(-2x^2+2x-2)e^x-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2$ 的图象有 3 个不同的交点,

令 $F(x)=(-2x^2+2x-2)e^x-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2$,

$F'(x)=-x(x+1)(2ex+1)$, 令 $F'(x)=0$, 则 $x=0$ 或 $x=-1$,

当 $x \in (-\infty, -1), (0, +\infty)$ 时, $F'(x) < 0$, $F(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 和 $(0, +\infty)$ 上递减;

$x \in (-1, 0)$ 时, $F'(x) > 0$, $F(x)$ 在和 $(-1, 0)$ 上递增;

所以 $F(x)$ 在 $x=-1$ 时去的极小值 $F(-1)=-6e-16$, $F(x)$ 在 $x=0$ 时取得极大值 $F(0)=-2$, 所以 $m \in (-6e-16, -2)$.

五、综合应用题

26.【参考答案】

(1) 教学目标:

知识与技能目标:掌握三角形的内角和是 180 度,能运用三角形的内角和解决生活中的问题.

过程与方法目标:通过小组合作与探究,培养学生动手操作和解决问题的能力.

情感态度和价值观目标:激发学生学习数学的兴趣,体会数学与生活的密切联系.

(2) 教学重点:掌握三角形的内角和是 180 度,能运用三角形的内角和去解决实际问题.

教学难点:理解三角形内角和的验证过程.

(3)教学过程:

一、故事导入

通过《三角形的家族会议》这一故事导入本课,并提出问题:锐角、直角、钝角这三位少年都认为自己的内角和最大,那么到底谁的内角和最大呢?

二、探究新知

环节一:动手操作,反馈展示

1.每个学生先独立思考,在本子上画出不同类型的三角形,并用量角器分别去测量三角形的内角,并计算内角和.

2.教师巡视,了解情况.

3.请几位学生汇报自己的测量结果.

4.教师引导学生认识到三角形的内角和是 180 度.

环节二:小组交流,验证新知.

1.将不同类型的三角形的剪纸,以小组为单位发给学生,提出问题“同学们,你能不能用实验验证一下三

角形的内角和是 180 度呢?”

2.教师引导学生先将一种类型的三角形的内角剪下来,拼一拼.并提出问题“同学们,你们发现了什么.然后小组讨论,另外两种类型的三角形的内角剪下来拼接后是否也能有相同的发现.”

3.小组交流合作,进行验证.

4.教师巡视,了解情况,并进行指导.

5.归纳小结,通过动手操作,教师引导学生认识到,不论是钝角三角形、直角三角形还是锐角三角形,其内角和都是 180 度.

三、巩固练习

请同学们思考四边形的内角和是多少.

四、课堂小结

同学们,你觉得这节课里你表现怎样?你有什么收获和体会?

五、布置作业

思考五边形、六边形的内角和是多少?