

华图名师预测试卷(五)

注意事项:

- 1.请在答题纸上答题,试卷上答题无效。
- 2.本卷总分为150分。

第一部分 选择题

一、单项选择题(本大题共10小题,每题5分,共50分)

1. 下列函数中既是奇函数又是周期函数的是().
A. $y=x^3$ B. $y=\cos 2x$
C. $y=\sin 3x$ D. $y=\tan\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$
2. 设 i 是虚数单位,复数 $z=(x-4)+(2-x)i$ 在复平面内对应的点位于第三象限,则实数 x 的取值范围是().
A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(-\infty, 4)$
C. $(2, +\infty)$ D. $(2, 4)$
3. 设集合 $A=\{y|y=x^2+1\}$, $B=\left\{x\left|y=\frac{1}{\sqrt{2^x-2}}\right.\right\}$, 则 $A\cap B=()$.
A. $[1, +\infty)$ B. $(0, +\infty)$
C. $(1, +\infty)$ D. $[0, +\infty)$
4. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=2n+5$, 则此数列().
A. 是公差为5的等差数列
B. 是公差为2的等差数列
C. 是公差为3的等差数列
D. 是公差为7的等差数列
5. 已知圆 $C:x^2+y^2=1$, 直线 $l:x+y-1=0$, 则 l 被圆 C 所截得的弦长为().
A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 1
6. 下列命题是真命题的是().
A. $\exists x\in\mathbf{R}$, 使得 $|x|\leq 0$ 成立
B. $\neg p$ 为真, 则 $p\vee q$ 一定是假

C. $x-y=0$ 成立的充要条件是 $\frac{x}{y}=1$

D. $\forall x\in\mathbf{R}$, 都有 $e^x>e^e$

7. $\lim_{n\rightarrow\infty}\frac{n!}{n^n}$ 的值为().

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 0

8. 下列选项中不属于影响中学数学课程内容的因素的是().
A. 社会方面的因素 B. 数学本身的因素
C. 教育方面的因素 D. 文化方面的因素
9. 数学知识的有意义的学习(获得意义并且保存下来的过程)分为三种类型:归属学习、总括学习与().
A. 并列结合学习 B. 机械学习
C. 技能学习 D. 概念学习
10. 在数学建模教学中,下列选项中不属于数学模型的主要功能有().
A. 解释 B. 判断
C. 预见 D. 运算

第二部分 非选择题

二、填空题(本大题共5小题,每题4分,共20分)

11. 下列四个命题:① $\forall x\in\mathbf{R}, x^2+x+1\geq 0$; ② $\forall x\in\mathbf{Q}, \frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{3}$ 是有理数; ③ $\exists\alpha, \beta\in\mathbf{R}$, 使 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$; ④ $\exists x, y\in\mathbf{Z}$, 使 $3x-2y=10$ 所有真命题的序号是_____.
12. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的渐近线与圆 $x^2+(y-2)^2=1$ 相切, 则双曲线的离心率为_____.
13. 若正整数 a, b 满足 $ab=a+b+3$, 则 ab 的取值范围为_____.
14. 学生学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程.除接受学习外,《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出学习数学的重要方式还有_____、_____与_____.
15. 教学评价是数学教学活动的重要组成部分.评价应以_____、_____和学业质量标准为依据.

三、简答题(本大题共1小题,每题12分,共12分)

16. 请审阅以下材料,并回答问题:

某老师在课堂上给学生们出示了这样一道试题:

求过点(0,1)的直线,使它与抛物线 $y^2=2x$ 仅有一个交点.

学生的解答中出现了以下答案:

设所求的过点(0,1)的直线为 $y=kx+1$,则它与抛物线的交点为 $\begin{cases} y=kx+1 \\ y^2=2x \end{cases}$,

消除 y 得 $(kx+1)^2-2x=0$,整理得 $k^2x^2+(2k-2)x+1=0$,

因为直线与抛物线仅有一个交点,

所以 $\Delta=0$,解得 $k=\frac{1}{2}$,所以所求直线为 $y=\frac{1}{2}x+1$.

问题:(1)指出上述解题过程中的错误之处,给出上述问题的正确解法;

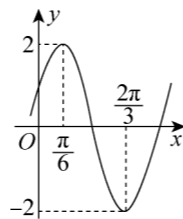
(2)简述学生解题错误对教学的启示.

四、解答题(本大题共4小题,每小题12分,共48分)

17. 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ ($\omega>0, |\varphi|<\frac{\pi}{2}$)部分图象如图所示:

(1)写出函数 $f(x)$ 的解析式;

(2)若存在 $x\in\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 使得 $f(x)+4\cos^2x+m=0$,求实数 m 的取值范围.



18. 已知函数 $f(x)=e^x-ax^2-bx-1$,其中 $a, b\in\mathbf{R}$, $e=2.71828\cdots$ 为自然对数的底数.设 $g(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数,求函数 $g(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最小值.

19. 开口朝上的抛物线 C 过点 $A(2,2)$ 与点 $B(0,1)$,其对称轴是 y 轴.

(1)求曲线 C 的方程;

(2)若圆心在 x 轴上的圆 Q 与曲线 C 切于点 A ,求圆 Q 的方程以及与曲线 C 和圆 Q 均相切的直线的方程.

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = \frac{a_n(a_n+1)}{2}, n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{2S_n}, T_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$, 求 T_n .

五、综合应用题(本大题共 1 小题, 每题 20 分, 共 20 分)

21. 下列材料呈现的是《普通高中课程标准实验教科书(人教版)数学必修 5》关于“等比数列求和公式”的部分教学内容, 请阅读并回答问题.

(1) 写出教学目标、重点和难点;

(2) 针对材料中的教学内容, 设计一份教学过程简案;

(3) 写出等比数列求和公式的另一种推导过程.

一般地, 对于等比数列

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots,$$

它的前 n 项和是

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n.$$

根据等比数列的通项公式, 上式可写成

$$S_n = a_1 + a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-1}. \quad \textcircled{1}$$

我们发现, 如果用公比 q 乘 $\textcircled{1}$ 的两边, 可得

$$qS_n = a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-1} + a_1q^n. \quad \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 的右边有很多相同的项. 用 $\textcircled{1}$ 的两边分别减去 $\textcircled{2}$ 的两边, 就可以消去这些相同的项, 得

$$(1-q)S_n = a_1 - a_1q^n.$$

当 $q \neq 1$ 时, 等比数列的前 n 项和的公式为

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \quad (q \neq 1).$$

华图名师预测试卷(六)

注意事项:

1. 请在答题纸上答题, 试卷上答题无效。
2. 本卷总分为 150 分。

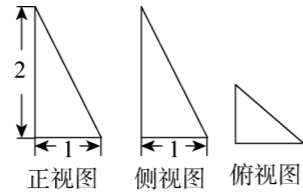
第一部分 选择题

一、单项选择题(本大题共 10 小题, 每题 5 分, 共 50 分)

1. 下列函数中, 既是奇函数又在区间 $(-1, 1)$ 上单调递减的函数是()。

- A. $f(x) = \sin x$ B. $f(x) = 2\cos x + 1$
C. $f(x) = 2^x - 1$ D. $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$

2. 已知三棱锥的三视图如图所示, 则此三棱锥外接球的表面积为()。



- A. $8\sqrt{5}\pi$ B. $8\sqrt{6}\pi$
C. 5π D. 6π

3. 设集合 $M = \left\{ x \mid \frac{1}{2} \leq x < 3 \right\}$, 函数 $f(x) = \ln(1-\sqrt{x})$ 的定义域为 N , 则 $M \cap N$ 为()。

- A. $\left[\frac{1}{2}, 1 \right]$ B. $\left[\frac{1}{2}, 1 \right)$
C. $\left(0, \frac{1}{2} \right]$ D. $\left(0, \frac{1}{2} \right)$

4. 数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, 且对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$ 都有: $a_{n+1} = a_n + n + 1$, 则 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots +$

$\frac{1}{a_{2016}} = ()$.

- A. $\frac{2015}{2016}$ B. $\frac{2015}{1008}$

C. $\frac{2016}{2017}$

D. $\frac{4032}{2017}$

5. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+y \leq 2 \\ x-y \leq 2 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$, 则 $z = 2x + 4y$ 的最大值是()。

- A. -4 B. 2 C. 6 D. 8

6. 设 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2} \right]$, 则下列命题: (1) $x \geq \sin x$; (2) $\sin x \geq x \cos x$; (3) $y = \frac{\sin x}{x}$ 是单调递减函数, 其中真命题的个数是()。

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - 3x}{x + \sin x} = ()$.

- A. 0 B. 1 C. -2 D. -1

8. 我国中学数学教学目的中提到的数学能力包括思维能力、()、空间想象能力、解决实际问题的能力、探究能力、建模能力和交流能力。

- A. 计算能力 B. 自主能力
C. 直观能力 D. 运算能力

9. 中学数学教学中常用的教学评价可以划分为()。

①诊断性评价 ②形成性评价 ③终结性评价 ④技能性评价

- A. ①②④ B. ①②③
C. ②③④ D. ①②③④

10. 在数学史中有很多伟大的数学家, 其中被称为分析的化身是(); 数学王子是()。

- A. 欧拉、黎曼 B. 黎曼、伯努利
C. 欧拉、高斯 D. 黎曼、韦达

第二部分 非选择题

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

11. 与双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 有共同的渐近线, 并且经过点 $(-3, 2\sqrt{3})$ 的双曲线方程是_____。

12. 若正数 a, b 满足 $a+b=2$, 则 $\frac{1}{a+1} + \frac{4}{b+1}$ 的最小值是_____。

13. $\int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx =$ _____。

14. 《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出教师的教学活动应该以学生的_____和

_____为基础,面向全体学生,注重启发式和因材施教.

15. 直观想象是发现和提出问题、分析和解决问题的_____,是探索和形成论证思路、进行数学推理、构建抽象结构的_____.

三、简答题(本大题共1小题,每题12分,共12分)

16. 请审阅下列材料,并回答问题.

题目:设椭圆的中心是坐标原点,长轴在 x 轴上,离心率 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$,已知点 $P(0,2)$ 到这个椭圆

上的最远距离是 $\sqrt{7}$,求这个椭圆的方程.

解:依题意可设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$

则 $e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{a^2-b^2}{a^2}=1-\frac{b^2}{a^2}=\frac{3}{4}$,所以 $\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{4}$,即 $a=2b$.

设椭圆上的点 (x_0, y_0) 到点 P 的距离为 d ,

则 $d^2=x_0^2+(y_0-2)^2=a^2\left(1-\frac{y_0^2}{b^2}\right)+y_0^2-4y_0+4=-3\left(y_0+\frac{2}{3}\right)^2+4b^2+\frac{16}{3}$

所以当 $y_0=-\frac{2}{3}$ 时, d^2 有最大值,从而 d 也有最大值.

所以 $4b^2+\frac{16}{3}=(\sqrt{7})^2$,由此解得: $b^2=\frac{5}{12}, a^2=\frac{5}{3}$.

于是所求椭圆的方程为 $\frac{x^2}{\frac{5}{3}}+\frac{y^2}{\frac{5}{12}}=1$.

问题:(1)你认为上述解答是否完善,若不完善,指出不完善之处并进行补充;

(2)提出相关建议避免类似错误的产生.

四、解答题(本大题共4小题,每小题12分,共48分)

17. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,已知 $\cos A=\frac{2}{3}, \sin B=\sqrt{5}\cos C$

(1)求 $\tan C$ 的值;

(2)若 $a=\sqrt{2}$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 已知公差为0的等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 为 $a(a \in \mathbf{R})$,设数列的前 n 项和为 S_n ,且

$\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_4}$ 成等比数列.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及 S_n ;

(2)记 $A_n=\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\frac{1}{S_3}+\cdots+\frac{1}{S_n}, B_n=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_2^2}+\cdots+\frac{1}{a_{2n-1}}$,当 $n \geq 2$ 时,试比较 A_n 与 B_n 的

大小.

19. 已知函数 $f(x) = \ln(2ax+1) + \frac{x^3}{3} - x^2 - 2ax (a \geq 0)$.

- (1) 若 $x=2$ 为 $f(x)$ 的极值点, 求实数 a 的值;
 (2) 若 $y=f(x)$ 在 $[3, +\infty)$ 上不是单调函数, 求实数 a 的取值范围.

20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 4, 其短轴的两个端点与长轴的一个端点构成正

三角形.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程;
 (2) 设 F 为椭圆 C 的左焦点, T 为直线 $x=-3$ 上任意一点, 过 F 作 TF 的垂线交椭圆 C 于点 P, Q . 证明: OT 平分线段 PQ (其中 O 为坐标原点).

五、综合应用题(本大题共 1 小题, 每题共 20 分, 共 20 分)

21. 下列材料呈现的是《普通高中课程标准实验教科书(人教版)数学必修一》关于“集合的特征”的部分教学内容请阅读并回答问题.

- (1) 结合材料内容归纳集合的特征并解答思考环节的问题;(5 分)
 (2) 写出教学目标及重难点;(5 分)
 (3) 设计教学过程, 要求过程完整, 阐述清楚.(10 分)

一般地, 我们把研究对象统称为元素 (element), 把一些元素组成的总体叫做集合 (set) (简称集).

给定的集合, 它的元素必须是确定的. 也就是说, 给定一个集合, 那么任何一个元素在不在这个集合中就确定了. 例如, “亚洲国家的首都” 构成一个集合, 北京、东京、新德里……在这个集合中, 纽约、巴黎、伦敦……不在这个集合中. “身材较高的人” 不能构成集合, 因为组成它的元素是不确定的.

一个给定集合中的元素是互不相同的. 也就是说, 集合中的元素是不重复出现的.

只要构成两个集合的元素是一样的, 我们就称这两个集合是相等的.



判断以下元素的全体是否组成集合, 并说明理由:

- (1) 大于 3 小于 11 的偶数;
 (2) 我国的小河流.

华图名师预测试卷(五)

第一部分 选择题

一、单项选择题

1. C 【解析】A: 函数 $y=x^3$ 为奇函数, 不是周期函数; B: $y=\cos 2x$ 是偶函数, 但不是奇函数; C: $y=\sin 3x$ 是奇函数且是周期函数; D: $y=\tan\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$ 是周期函数, 但既不是奇函数也不是偶函数.

2. D 【解析】由题意可知, $\begin{cases} x-4 < 0 \\ 2-x < 0 \end{cases} \Rightarrow 2 < x < 4.$

3. C 【解析】因为集合 $A = \{y | y = x^2 + 1\} = \{y | y \geq 1\}$, $B = \left\{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{2^x - 2}}\right\} = \{x | 2^x - 2 > 0\} = \{x | x > 1\}$, 所以 $A \cap B = \{x | x > 1\} = (1, +\infty).$

4. B 【解析】因为 $a_n = 2n + 5$, 所以当 $n \geq 2$ 时, $a_n - a_{n-1} = 2n + 5 - [2(n-1) + 5] = 2$, 所以数列 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列.

5. A 【解析】圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的圆心 O 坐标为 $(0, 0)$, 半径等于 1, 圆心到直线 $x + y - 1 = 0$ 的距离 $d = \frac{1}{\sqrt{2}}$, 故 l 被圆 C 所截得的弦长为 $2\sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \sqrt{2}.$

6. A 【解析】A: 当 $x=0$ 时, $|x| \leq 0$ 成立, 故 A 正确; B: $\neg p$ 为真, 则 p 为假命题, 当 q 为真命题时, $p \vee q$ 一定为真, 故 B 错误; C: 由 $\frac{x}{y} = 1$ 得 $x - y = 0 (y \neq 0)$, 则 $\frac{x}{y} = 1$ 是 $x - y = 0$ 成立充分不必要条件, 故 C 错误; D: 当 $x = e$ 时, $e^x > e^e$ 不成立, 故 D 错误.

7. D 【解析】因为 $0 < \frac{n!}{n^n} = \frac{1}{n} \cdot \frac{2}{n} \cdot \dots \cdot \frac{n}{n} < \frac{1}{n}$, 所以 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n} = 0.$

8. D 【解析】数学课程内容要反映社会的需求、数学的特点、符合学生的认知规律.

9. A 【解析】《中学数学教学论》提到: 数学知识的有意义的学习 (获得意义并且保存下来的过程) 分为三种类型: 归属学习、总括学习与并列结合学习.

10. D 【解析】中学数学教学论提到: 在数学建模教学中, 属于数学模型的主要功能有解释、判断、预见.

第二部分 非选择题

二、填空题

11. ①②③④ 【解析】① $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$; ② $\forall x \in \mathbf{Q}; \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{3}$ 是有理数, 成立; ③ $\sin(0+0) = \sin 0 + \sin 0 = 0$; $\therefore \exists \alpha, \beta \in \mathbf{R}$, 使 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha + \sin \beta$ 成立; ④ $\because x = 4, y = 1$ 时, $3x - 2y = 10$, $\therefore \exists x, y \in \mathbf{Z}$, 使 $3x - 2y = 10$ 成立.

12. 2 【解析】依据题意, 由于双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线与圆 $x^2 + (y-2)^2 = 1$ 相切, 那么可知圆心 $(0, 2)$ 到直线 $y = \frac{b}{a}x \Leftrightarrow bx - ay = 0$ 的距离为圆的半径为 1, 即可知 $\frac{|0-2a|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4a^2 \Leftrightarrow b^2 = 3a^2$, 则其

离心率 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = 2.$

13. $ab \geq 9$ 【解析】 $ab = a + b + 3 \geq 2\sqrt{ab} + 3$, 令 $t = \sqrt{ab}$, 则 $t^2 - 2t - 3 \geq 0$ 即 $(t-3)(t+1) \geq 0$ 解得 $t \geq 3$ 或 $t \leq -1$ (舍去), 故 $ab = t^2 \geq 9.$

14. 动手实践; 自主探索; 合作交流 【解析】学生学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程. 除接受学习外, 动手实践、自主探索与合作交流同样是学习数学的重要方式.

15. 课程目标; 课程内容 【解析】《高中数学课程标准(2017年版)》指出: 教学评价是数学教学活动的重要组成部分. 评价应以课程目标、课程内容和学业质量标准为基础.

三、简答题

16. 【参考答案】(1) 在考虑直线时未考虑直线斜率不存在的情况.

正确解法: ①若直线斜率不存在, 即 $x < 1$ 符合.

②若直线斜率存在, 由题意可得直线为 $y = \frac{1}{2}x + 1.$

综上: 所求直线为 $x < 1$ 或 $y = \frac{1}{2}x + 1.$

(2) 有以下教学的启示:

教学活动应是师生积极参与, 交往互动, 共同发展的过程, 教师的教学应该以学生的认识发展水平和已有的教学经验为基础, 面向全体学生, 注重启发式教育和因材施教. 加强与学生之间的沟通交流, 及时把控学生的学习水平, 了解学生的学习情况.

在基本技能的教学中,不仅要使学生掌握技能操作的程序和步骤,还要使学生理解程序和步骤的道理,教学中教师引导学生独立思考、主动探索、合作交流,深入理解直线的方程.

基本技能的形成,需要适度的训练,注重训练的实效性,教师可以让学生多吃一些相关的解答题并设计易错题,避免遗漏.

四、解答题

17. (1) $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$; (2) $m \in [-2\sqrt{3}-2, 1]$ 【解析】(1) 根据函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 部分图象, 可得 $A = 2, \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega = 2$, 根据五点法作图可得 $2 \cdot \frac{\pi}{6} + \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$, 所以 $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$. (2) 由题意可得, $f(x) + 4\cos^2 x + m = 0$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上有解, 即 $-m = f(x) + 4\cos^2 x = 2\sin 2x \cos \frac{\pi}{6} + 2\cos 2x \sin \frac{\pi}{6} + 4\cos^2 x = \sqrt{3}\sin 2x + 3\cos 2x + 2 = 2\sqrt{3}\left(\sin 2x \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x\right) + 2 = 2\sqrt{3}\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上有解, 因为 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 所以 $2x + \frac{\pi}{3} \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$, 所以 $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \in \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$, 所以 $2\sqrt{3}\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2 \in [-1, 2\sqrt{3} + 2]$, 所以 $-m = f(x) + 4\cos^2 x \in [-1, 2\sqrt{3} + 2]$, 故 $m \in [-2\sqrt{3} - 2, 1]$.

18. 见解析 【解析】因为 $f(x) = e^x - ax^2 - bx - 1$, 所以 $g(x) = f'(x) = e^x - 2ax - b$. 又 $g'(x) = e^x - 2a$, 因为 $x \in [0, 1], 1 \leq e^x \leq e$, 所以: ① 若 $a \leq \frac{1}{2}$, 则 $2a \leq 1, g'(x) = e^x - 2a \geq 0$, 所以函数 $g(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上单调递增, $g_{\min}(x) = g(0) = 1 - b$; ② 若 $\frac{1}{2} < a < \frac{e}{2}$, 则 $1 < 2a < e$, 于是当 $0 < x < \ln(2a)$ 时 $g'(x) = e^x - 2a < 0$, 当 $\ln(2a) < x < 1$ 时 $g'(x) = e^x - 2a > 0$, 所以函数 $g(x)$ 在区间 $[0, \ln(2a)]$ 上单调递减, 在区间 $[\ln(2a), 1]$ 上单调递增, $g_{\min}(x) = g[\ln(2a)] = 2a - 2a\ln(2a) - b$; ③ 若 $a \geq \frac{e}{2}$, 则 $2a \geq e, g'(x) = e^x - 2a \leq 0$ 所以函数 $g(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上单调递减,

$g_{\min}(x) = g(1) = e - 2a - b$; 综上所述: $g(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最小值为 $g_{\min}(x) = \begin{cases} 1 - b, & a \leq \frac{1}{2} \\ 2a - 2a\ln(2a) - b, & \frac{1}{2} < a < \frac{e}{2} \\ e - 2a - b, & a \geq \frac{e}{2} \end{cases}$.

19. (1) $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$; (2) $y = x$ 或 $y = -x$ 【解析】(1) 因为抛物线 C 的开口朝上, 其对称轴是 y 轴, 所以可设其方程为 $y = ax^2 + c$, 又因为抛物线 C 过点 $A(2, 2)$ 与点 $B(0, 1)$, 所以 $1 = a \cdot 0^2 + c, 2 = a \cdot 2^2 + c$, 解得 $c = 1, a = \frac{1}{4}$, 因此, 曲线 C 的方程是 $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$. (2) 设过抛物线 C 上点 $A(2, 2)$ 与抛物线 C 相切的直线方程为

$y = kx + b$, 则 $k = y' \Big|_{x=2} = \frac{1}{2}x \Big|_{x=2} = 1$, 再由点 $A(2, 2)$ 在直线 $y = kx + b$ 上得 $b = 0$, 所以, 过抛物线 C 上点 $A(2, 2)$

与抛物线 C 相切的直线方程为 $y = x$. 依题意, 可设圆 Q 的方程为 $(x - q)^2 + y^2 = r^2$, 圆心是 $Q(q, 0)$, 半径为 r . 因为, 圆心在 x 轴上的圆 Q 与曲线 C 切于点 A , 所以直线 $y = x$ 与圆 Q 相切于点 $A(2, 2)$, 于是 $AQ \perp OA, AQ = r$, 显然, $OA = 2\sqrt{2}$, 从而 $q = OQ = \frac{OA}{\cos 45^\circ} = 4, r = AQ = OA = 2\sqrt{2}$, 故圆 Q 的方程为 $(x - 4)^2 + y^2 = 8$. 因为直线 $y = x$ 是抛物线 C 与圆 Q 的一条公切线, 因为抛物线 C 关于 y 轴对称, 圆 Q 关于 x 轴对称, 所以直线 $y = x$ 关于 y 轴对称的直线 $y = -x$ 也是抛物线 C 的切线; 直线 $y = x$ 关于 x 轴对称的直线 $-y = x$ 即 $y = -x$ 也是圆 Q 的切线, 因此, 直线 $y = -x$ 也是抛物线 C 与圆 Q 的一条公切线, 所以, 与曲线 C 和圆 Q 均相切的直线的方程为 $y = x$ 或 $y = -x$.

20. (1) 见解析; (2) $T_n = \frac{n}{n+1}$ 【解析】(1) 证明: 因为 $S_n = \frac{a_n(a_n+1)}{2}, n \in \mathbf{N}^*$, 所以当 $n = 1$ 时, $a_1 = \frac{a_1(a_1+1)}{2} (a_n > 0) \Rightarrow a_1 = 1$, 当 $n \geq 2$ 时, 由 $\begin{cases} 2S_n = a_n^2 + a_n \\ 2S_{n-1} = a_{n-1}^2 + a_{n-1} \end{cases}$, 得 $2a_n = a_n^2 + a_n - a_{n-1}^2 - a_{n-1}$, 即 $(a_n + a_{n-1})(a_n - a_{n-1} - 1) = 0$, 因为 $a_n + a_{n-1} > 0$, 所以 $a_n - a_{n-1} = 1 (n \geq 2)$, 所以数列 $\{a_n\}$ 是等差数列. (2) 由 (1) 可得, $a_n = n, S_n = \frac{n(n+1)}{2}, b_n = \frac{1}{2S_n} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$, 所以 $T_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$.

五、综合应用题

21. 【参考答案】

(1) 1. 教学目标:

知识与技能目标: 理解用错位相减法推导等比数列前 n 项和公式的过程, 掌握公式的特点, 并在此基础上能初步应用公式解决与之有关的问题.

过程与方法目标: 通过对公式的研究过程, 提高学生的建模意识及探究问题、分析与解决问题的能力, 体会公式探求过程中从特殊到一般的思维方法, 渗透方程思想、分类讨论思想及转化思想, 优化思维品质.

情感、态度与价值观目标: 通过学生自主对公式的探索, 激发学生的求知欲, 鼓励学生大胆尝试、勇于探索、敢于创新, 磨练思维品质, 并从中获得成功的体验, 感受思维的奇异美、结构的对称美、形式的简洁美、数学的严谨美.

2. 教学重点、难点

重点: 等比数列前 n 项和公式的推导及公式的简单应用.

难点: 错位相减法的生成和等比数列前 n 项和公式的运用.

(2) 教学简案

(一) 引入新课

创设问题情境“国王对国际象棋的发明者的奖励”并提问假定千粒麦子的质量为 40g,按目前世界小麦年度产量约 60 亿吨计算,你认为国王能不能满足他的要求.怎样计算?请列出算式.

(二) 探索新知

学生基于之前的知识经验可以很容易的列出计算式: $S=1+2+2^2+\dots+2^{63}$ ①

学生活动:组织学生同桌之间讨论探究:

问题 1:注意观察每一项的特征,有什么联系?

问题 2:如果我们把每一项都乘以 2,就变成了它的后一项 $2S=2+2^2+\dots+2^{64}$ ②,观察两个式子之间有什么联系?

经过比较、研究,学生发现:①②两式有许多相同的项,把两式相减,相同的项就消去了,得到: $S=2^{64}-1, 2^{64}-1$ 这个数很大,超过了 1.84×10^{19} .

(三) 类比联想,解决问题

组织学生前后桌结成一个小共同探讨等比数列前 n 项和公式的推导,讨论时间为 10 分钟,得出结果后全班交流.

预设一: $S_n = a_1 + a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-1}$ ①

$qS_n = a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^n$ ②

①-②得 $(1-q)S_n = a_1 - a_1q^n$

当 $q \neq 1$, 得到 $S_n = \frac{a_1 - a_1q^n}{1-q}$

当 $q = 1$, 得到 $S_n = na_1$

注意引导学生思考为什么要讨论 $q = 1$ 的特殊情况.

预设二: $S_n = a_1 + a_2a_1 + a_3 + \dots + a_n$ ①

$qS_n = qa_1 + qa_2 + qa_3 + \dots + qa_n$ ②

①-②得 $(1-q)S_n = a_1 - a_n$

当 $q \neq 1$, 得到 $S_n = \frac{a_1 - a_nq}{1-q}$

当 $q = 1$, 得到 $S_n = na_1$

注意引导学生思考两种计算公式可以怎样进行转换,之间的联系是什么.

(四) 课堂练习

例 1. 求下列等比数列的前 8 项的和.

(1) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

(2) $a_1 = 27, a_9 = \frac{1}{234}, q < 0.6$

(3) 由等比数列的定义可得:

$$a_2 = a_1 \cdot q, a_3 = a_2 \cdot q, \dots, a_{n-1} = a_{n-2} \cdot q, a_n = a_{n-1} \cdot q$$

上述共 $n-1$ 个等式相加可得:

$$a_2 + a_3 + \dots + a_n = [a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}] \cdot q,$$

即 $S_n - a_1 = (S_n - a_n) \cdot q$, 可得 $S_n(1-q) = (a_1 - a_n) \cdot q$.

当 $q \neq 1$ 时, 由上式可得: $S_n = \frac{(a_1 - a_n) \cdot q}{1-q}$; 代入 a_n 的通项公式, 即 $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$;

当 $q = 1$ 时, 由上式可得: $S_n = n a_1$.

华图名师预测试卷(六)

第一部分 选择题

一、单项选择题

1. D 【解析】A. $f(x) = \sin x$ 在 $(-1, 1)$ 上单调递增, 所以该选项错误; B. $f(x) = 2\cos x + 1$ 是偶函数, 不是奇函数, 所以该选项错误; C. $f(x) = 2^x - 1$ 的图象不关于原点对称, 不是奇函数, 所以该选项错误; D. $\frac{1-x}{1+x} > 0 \Rightarrow -1 < x < 1$, 且 $f(-x) = \ln \frac{1+x}{1-x} = -\ln \frac{1-x}{1+x} = -f(x)$, 所以 $f(x)$ 为奇函数, $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x} = \ln \left(-1 + \frac{2}{1+x} \right)$, $y = -1 + \frac{2}{1+x}$ 在 $(-1, 1)$ 上单调递减, 所以该选项正确.

2. D 【解析】由三视图复原几何体, 几何体底面是直角三角形, 一条侧棱垂直底面直角顶点的三棱锥; 扩展为长方体, 也外接与球, 它的对角线的长为球的直径: $\sqrt{1+1+2^2} = \sqrt{6}$, 该三棱锥的外接球的表面积为: $4 \times \pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2} \right)^2 = 6\pi$.

3. B 【解析】集合 $M = \left\{ x \mid \frac{1}{2} \leq x < 3 \right\} = \left[\frac{1}{2}, 3 \right)$, 函数 $f(x) = \ln(1 - \sqrt{x}) = [0, 1)$, 则 $M \cap N = \left[\frac{1}{2}, 1 \right)$.

4. D 【解析】因为 $a_{n+1} = a_n + n + 1$, 所以 $a_{n+1} - a_n = n + 1$, 即 $a_2 - a_1 = 2, a_3 - a_2 = 3, \dots, a_n - a_{n-1} = n$, 等式两边同时相加得 $a_n - a_1 = 2 + 3 + 4 + \dots + n, a_n = a_1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow \frac{1}{a_n} = \frac{2}{n(n+1)} = 2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$,

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2016}} = 2 \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2016} - \frac{1}{2017} \right) = 2 \left(1 - \frac{1}{2017} \right) = \frac{4032}{2017}.$$

5. D 【解析】画图可知, 四个交点分别是 $A(0, -2), B(1, -1), C(1, 1), D(0, 2)$, 可知 $z_{\max} = z_D = 8$.

6. D 【解析】 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2} \right]$, 由于弦长小于角 x 所对的弧长可判断 $x > \sin x$, 故(1)正确; 由正切线所组成的

三角形大于 x 所对的扇形面积可判断 $\tan x > x$, 故(2)正确; $y = \frac{\sin x}{x}, y' = \frac{\cos x \cdot x - \sin x}{x^2}$, 令 $g(x) = \cos x \cdot x - \sin x$,

$g'(x) = -x \sin x$, 在 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2} \right]$ 上小于零, 所以 $g(x) < g(0) = 0$, 所以 $y = \frac{\sin x}{x}$ 是单调递减函数, 故(3)正确.

7. C 【解析】原式 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+\sin x} - 3 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x+\sin x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{\sin x}{x}} - 3 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1+\frac{\sin x}{x}} = 1 - 3 = -2$.

8. D 【解析】《中学数学教学论》提到: 我国中学数学教学目的中提到的数学能力包括思维能力、运算能力、空间想象能力、解决实际问题的能力、探究能力、建模能力和交流能力.

9. B 【解析】中学数学教学中教学评价根据实施功能的不同, 可分为诊断性评价、形成性评价和总结性评价(终结性评价).

10. C 【解析】数学文化, 在数学史中有很多伟大的数学家, 其中被称为分析的化身是欧拉; 数学王子是高斯.

第二部分 非选择题

二、填空题

11. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ 【解析】 \therefore 所求双曲线与双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 有相同的渐近线, \therefore 可设所求双曲线的方程为

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = \lambda (\lambda \neq 0). \therefore \text{点} (-3, 2\sqrt{3}) \text{在双曲线上}, \therefore \lambda = \frac{(-3)^2}{9} - \frac{(2\sqrt{3})^2}{16} = \frac{1}{4}. \therefore \text{所求双曲线的方程为} \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1.$$

12. $\frac{9}{4}$ 【解析】 \therefore 正数 a, b 满足 $a+b=2, \therefore (a+1)+(b+1)=4, \therefore \frac{1}{a+1} + \frac{4}{b+1} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a+1} + \frac{4}{b+1} \right) [(a+1) +$

$(b+1)] = \frac{1}{4} \left[5 + \frac{b+1}{a+1} + \frac{4(a+1)}{b+1} \right] \geq \frac{1}{4} \left(5 + 2\sqrt{\frac{b+1}{a+1} \cdot \frac{4(a+1)}{b+1}} \right) = \frac{9}{4}$, 当且仅当 $\frac{b+1}{a+1} = \frac{4(a+1)}{b+1}$, 即 $a = \frac{1}{3}$ 且 $b = \frac{5}{3}$ 时取等号.

13. $\frac{1}{2}e^{2x} - e^x + x + C$ 【解析】 $\int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx = \int \frac{(e^x + 1)(e^{2x} - e^x + 1)}{e^x + 1} dx = \int (e^{2x} - e^x + 1) dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + x + C$.

14. 认知发展水平; 已有的经验 【解析】教师教学应该以学生的认知发展水平和已有的经验为基础, 面向全体学生, 注重启发式和因材施教.

15. 重要手段; 思维基础 【解析】直观想象是发现和提出问题、分析和解决问题的重要手段, 是探索和形成论证思路、进行数学推理、构建抽象结构的思维基础.

三、简答题

16. 【参考答案】(1) 不完善, 因为没有考虑到 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{12} (k \in \mathbf{Z})$ 的定义域. $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{12} (k \in \mathbf{Z})$

①若 $b < \frac{2}{3}$ 时, 当 $y_0 = -b$ 时, d^2 有最大值, 从而 d 也有最大值, 即 $-3(-b + \frac{2}{3})^2 + 4b^2 + \frac{16}{3} = (\sqrt{7})^2$, 解得 $b = 2 + \sqrt{7} > \frac{2}{3}$ (不符合题意, 舍去)

②若 $b \geq \frac{2}{3}$ 时, 由题干可得当 $y_0 = -\frac{2}{3}$ 时, d^2 有最大值, 从而 d 也有最大值. 所以 $4b^2 + \frac{16}{3} = (\sqrt{7})^2$, 由此解得: $b^2 = \frac{5}{12}, a^2 = \frac{5}{3}$. 于是所求椭圆的方程为 $\frac{x^2}{\frac{5}{3}} + \frac{y^2}{\frac{5}{12}} = 1$.

(2) 针对此类错误可采取以下措施:

在课堂教学组织丰富的教学活动: 例如观察、探究等加深学生对椭圆的认识.

课程内容的组织要重视直观、重视直接经验. 利用几何画板等信息技术手段, 通过比划、对比、反思, 学会准确把握椭圆相关性质.

数学教学活动要注重培养学生良好的数学学习习惯, 使学生掌握恰当的数学学习方法. 注重对学生灵活运用数学知识的培养.

四、解答题

17. (1) $\tan C = \sqrt{5}$; (2) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 【解析】(1) 因为 $0 < A < \pi$, $\cos A = \frac{2}{3}$, 得 $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{\sqrt{5}}{3}$, 又 $\sqrt{5} \cos C = \sin B = \sin(A+C) = \sin A \cdot \cos C + \cos A \cdot \sin C \Rightarrow \tan C = \sqrt{5}$; (2) 由 $\tan C = \sqrt{5}$, 得 $\sin C = \frac{\sqrt{30}}{6}, \cos C =$

$\frac{\sqrt{6}}{6}$, 于是 $\sin B = \sqrt{5} \cos C = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}}$, 由 $a = \sqrt{2}$ 及正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$, 得 $c = \sqrt{3}$. 设 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 则 $S = \frac{1}{2}$

$$ac \sin B = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

18. (1) $a_n = na, S_n = \frac{an(n+1)}{2}$; (2) 见解析 【解析】(1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 由 $\left(\frac{1}{a_2}\right)^2 = \frac{1}{a_1} \cdot \frac{1}{a_4} \Rightarrow$

$(a_1+d)^2 = a_1(a_1+3d)$. 因为 $d \neq 0 \Rightarrow d = a_1 = a$, 所以 $a_n = na, S_n = \frac{an(n+1)}{2}$; (2) $\frac{1}{S_n} = \frac{2}{a} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$, 所以 $A_n = \frac{1}{S_1} +$

$$\frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \dots + \frac{1}{S_n} = \frac{2}{a} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right), \text{ 因为 } a_{2^{n-1}} = 2^{n-1}a, \text{ 所以 } B_n = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_{2^2}} + \dots + \frac{1}{a_{2^{n-1}}} = \frac{1}{a} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{a}$$

$\left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$. 当 $n \geq 2$ 时, $2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n > n+1 \Rightarrow 1 - \frac{1}{2^n} < 1 - \frac{1}{n+1}$, 所以当 $a > 0$ 时, $A_n < B_n$; 当 $a < 0$ 时, $A_n > B_n$.

19. (1) $a = 0$; (2) $\left(\frac{3 + \sqrt{13}}{4}, +\infty\right)$ 【解析】(1) $f'(x) = \frac{x[2ax^2 + (1-4a)x - (4a^2+2)]}{2ax+1}$. 因为 $x = 2$ 为 $f(x)$ 的

极值点, 所以 $f'(2) = 0$. 即 $\frac{2a}{4a+1} - 2a = 0$, 解 $a = 0$. 又当 $a \geq 0$ 时, $f'(x) = x(x-2)$, 从而 $x = 2$ 为 $f(x)$ 的极值点成

立. (2) 由函数 $f(x)$ 的定义域可知, 必然有 $2ax+1 > 0$ 对 $x \geq 3$ 恒成立, 故只能 $a \geq 0$. 由于 $f'(x) = \frac{x[2ax^2 + (1-4a)x - (4a^2+2)]}{2ax+1}$, 所以 $g(x) = 2ax^2 + (1-4a)x - (4a^2+2)$ 则 $g(x) > 0$ 与 $g(x) < 0$ 在区间 $[3, +\infty)$ 上都

有解, 由 $a \geq 0$ 知 $g(x) > 0$ 一定有解, 又 $g(x)$ 对称轴为 $x = 1 - \frac{1}{4a} < 1$, 因此只要 $g(3) < 0$ 即可, 由 $g(3) < 0$ 可得

$$a > \frac{3 + \sqrt{13}}{4} \text{ 或 } a < \frac{3 + \sqrt{13}}{4}. \because a \geq 0, \therefore a > \frac{3 + \sqrt{13}}{4}. \therefore \text{综上所述, } [a, b] \text{ 的取值范围为 } \left(\frac{3 + \sqrt{13}}{4}, +\infty\right).$$

20. (1) $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$; (2) 见解析 【解析】(1) 依条件得 $\begin{cases} c=2 \\ a=\sqrt{3}b \\ a^2-b^2=c^2=4 \end{cases}, \Rightarrow \begin{cases} a^2=6 \\ b^2=2 \end{cases}$. 所以椭圆 C 的标准方程

为 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$. (2) 设 $T(-3, m), P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$, 又设 PQ 中点为 $N(x_0, y_0)$, 因为 $F(-2, 0)$, 所以直线 PQ

的方程为: $x = my - 2$.

$$\text{因为 } \begin{cases} x=my-2 \\ \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases}, \Rightarrow (m^2+3)y^2 - 4my - 2 = 0, \text{ 所以 } \begin{cases} \Delta = 16m^2 + 8(m^2+3) = 24(m^2+1) > 0 \\ y_1 + y_2 = \frac{4m}{m^2+3}, \\ y_1 y_2 = \frac{-2}{m^2+3} \end{cases}$$

于是 $y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{2m}{m^2+3}, x_0 = my_0 - 2 = \frac{2m^2}{m^2+3} - 2 = \frac{-6}{m^2+3}$. 所以 $N\left(\frac{-6}{m^2+3}, \frac{2m}{m^2+3}\right)$. 因为 $k_{OT} = -\frac{m}{3} = k_{ON}$, 所以 $O,$

N, T 三点共线即 OT 平分线段 PQ (其中 O 为坐标原点).

五、综合应用题

21. 【参考答案】(1) 集合的特征: 确定性、互异性、无序性.

思考环节中(1)是集合, (2)不符合确定性, 故不是集合.

(2) 教学目标:

1. 知识与技能: 理解集合中的元素具有确定性、互异性、无序性.

2. 过程与方法: 学生经历从集合实例中抽象概括出集合共同特征的过程, 深入理解集合的含义.

3. 情感态度与价值观: 使学生感受学习集合的必要性和重要性, 增加学生对数学学习的兴趣.

教学重难点: 理解集合元素的三个特征.

(3) 教学过程:

(一) 导入新课

设置情境: 新学期, 向全班同学介绍自己的家庭、学校和班级, 思考: 家庭、学校和班级等概念有什么共同特征? 这些涉及到的范围与学生之间又有怎样的关系?

在此基础上, 师生共同总结归纳集合的概念: 一般地, 一定范围内某些确定的、不同的对象的全体构成一个集合. 集合中的每一个对象称为该集合的元素, 简称元. 引出课题, 学习《集合的含义与表示》.

(二) 探索新知: 集合中的元素有什么特征?

思考 1: 开封高中 1615 班个子高的男生能否构成集合?

1. 确定性: 构成集合的元素必须是确定的.

思考 2: 方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的解集中的元素是什么?

2. 互异性: 为了区分集合中的各个元素, 一个给定集合中的元素是互不相同的.

思考 3: 开封高中 1615 班的全体同学组成一个集合, 调整座位后这个集合有没有变化? 由此说明什么?

3. 无序性: 元素排名不分先后, 只要构成两个集合的元素是一样的, 我们就称这两个集合是相等的.

师生小结: 集合中元素的特征: 确定性、互异性、无序性.

(三) 课堂巩固

判断以下对象的全体是否组成集合, 并说明理由.

(1) 小于 8 的自然数的全体; (2) 你周围的同学;

(3) 英文中的 26 个字母; (4) 非常好听的歌曲.

(四) 小结作业

提问: 今天有什么收获?

答: 集合的概念, 元素的性质, 集合与元素的关系, 常见数集及符号表示, 集合的表示方法和分类.

课后作业: 课后练习.