

## 中学数学教师招聘专业知识模拟卷（三）

### 一、单项选择题（本大题共 9 小题，每小题 5 分，共 45 分）

1. 复数  $\frac{(-1+\sqrt{3}i)^2}{1+\sqrt{3}i}$  值是 ( )

- A. -2                      B. 16                      C.  $-\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}i$

2. 设集合  $A = \{2, 0, 1, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{0, 3, 4, 6\}$ , 则集合  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{0, 3\}$                       B.  $\{-2, 3, 4\}$                       C.  $\{0, 1, 3\}$                       D.  $\{-2, 3, 4, 6\}$

3.  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$  均为非零实数, 不等式  $a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0$  和  $a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0$  的解集分别为集合  $M$  和  $N$ , 那么 “ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ” 是 “ $M = N$ ” 的 ( )

- A. 充分非必要条件                      B. 必要非充分条件  
C. 充要条件                      D. 既非充分又非必要条件

4.  $x > y > z$  且  $x + y + z = 2$ , 则下列不等式中恒成立的是 ( )

- A.  $xy > yz$                       B.  $xz > yz$                       C.  $xy > xz$                       D.  $x|y| > z|y|$

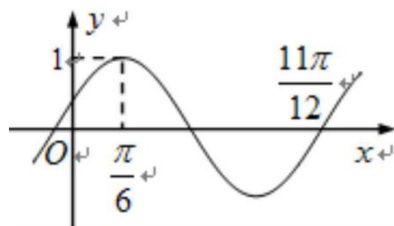
5. 若不等式组  $\begin{cases} x \leq 1 \\ y \leq 3 \\ \lambda x - y + 2\lambda - 2 \geq 0 \end{cases}$  表示的平面区域经过四个象限, 则实数  $\lambda$  的取值范围是

( )

- A.  $(-\infty, 2)$                       B.  $[-1, 1)$                       C.  $[-1, 2)$                       D.  $(1, +\infty)$

6. 函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0$ ) 的部分图像如图所示, 则将  $y = f(x)$  的图像向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位后, 得到的图像解析式为 ( )

- A.  $y = \sin 2x$                       B.  $y = \cos 2x$                       C.  $y = \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$                       D.  $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$



7. 函数  $y = \log_a(x^2 - ax + 2)$  在  $[1, +\infty)$  恒为正, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

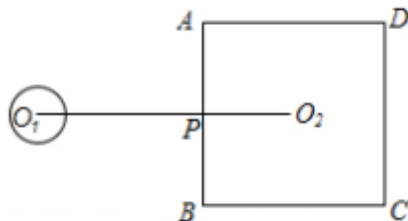
- A.  $1 < a < 2$                       B.  $1 < a < \frac{5}{2}$                       C.  $1 < a < 3$                       D.  $1 < a < \frac{10}{3}$

8. 已知  $\{a_n\}, \{b_n\}$  均为等差数列, 其前  $n$  项和分别为  $S_n, T_n$ , 若  $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n+2}{n+3}$ , 则  $\frac{a_{15}}{b_{15}}$  的值为 ( )

- A.  $\frac{14}{8}$                       B.  $\frac{15}{8}$                       C. 2                      D.  $\frac{17}{8}$

9. 如图所示,  $\square O_1$  的半径是 1, 正方形  $ABCD$  的边长是 6, 点  $O_2$  是正方形  $ABCD$  的中心,  $O_1O_2$  垂直  $AB$  于点  $P$ .  $O_1O_2 = 8$ , 若  $\square O_1$  绕点  $P$  按顺时针反向旋转  $360^\circ$ , 在旋转过程中  $\square O_1$  与正方形  $ABCD$  的边只有一个公共点的情况一共会出现 ( ) 次.

- A. 3                      B. 5                      C. 6                      D. 7

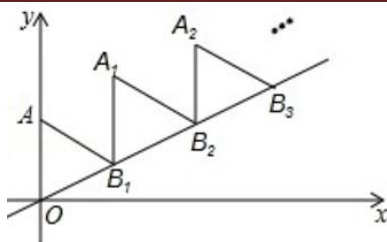


二、填空题 (本大题共 6 题, 每题 5 分, 共 30 分)

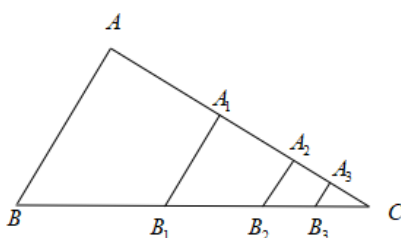
1. 已知正实数  $x, y$ , 满足  $xy \geq 1$ , 则  $\frac{2}{x+2} + \frac{1}{y+1}$  的最大值是\_\_\_\_\_.

2. 已知函数  $f(x) = x^2 - 1$ , 当  $x \in \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$ , 有不等式  $f\left(\frac{x}{a}\right) - f(x-1) \leq 4a^2 f(x) + 4f(a)$  恒成立, 如果  $a$  为非负数, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

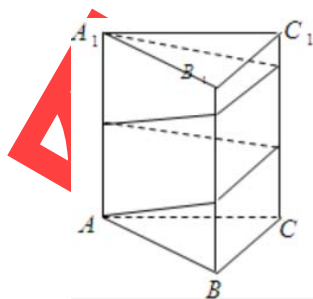
3. 如图, 放置  $\triangle OAB_1, \triangle B_1A_1B_2, \triangle B_2A_2B_3, \dots$  都是边长为 2 的等边三角形, 边  $AO$  在  $y$  轴上, 点  $B_1, B_2, B_3, \dots$  都在直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  上, 则  $A_{2018}$  的坐标是\_\_\_\_\_.



4.如图,  $\triangle ABC$  的面积为 1, 分别取  $AC$ ,  $BC$  两边的中点  $A_1$ 、 $B_1$ , 则四边形  $A_1ABB_1$  的面积为  $\frac{3}{4}$ , 再分别取  $A_1C$ ,  $B_1C$  的中点  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $A_2C$ ,  $B_2C$  的中点  $A_3$ ,  $B_3$ , 依次取下去, 利用这一图形能直观地计算出  $\frac{3}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \dots + \frac{3}{4^n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



5.如图, 已知正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的底面边长为 2cm, 高为 5cm, 则一质点自点 A 出发沿着三棱柱的侧面绕行两周到达点  $A_1$  的最短线路长为  $\underline{\hspace{2cm}}$  cm。



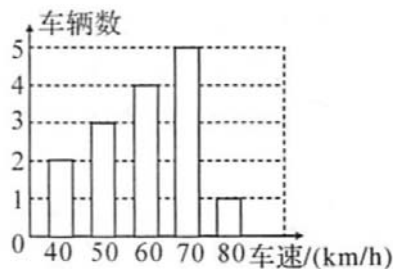
6.若正三棱锥的侧面两两垂直, 侧棱长为 1, 顶点都在一个球面上, 则该球的表面积为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

### 三、解答题 (一) (本大题共 4 题, 共 32 分)

1.计算:  $(-1)^3 + \sqrt{8} + (\sqrt{2} - 1)^0 - \sqrt{2}$ 。

2.解分式方程:  $\frac{3}{x^2 - 9} + \frac{x}{x - 3} = 1$ 。

3.如图, 是交警在一个路口统计的某个时段来往车辆的车速 (单位: 千米/时) 情况。

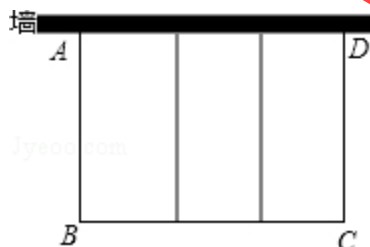


(1) 计算这些车的平均速度;

(2) 车速的众数是多少?

(3) 车速的中位数是多少?

4.如图,要利用一面墙(墙长为25米)建羊圈,用100米的围栏围成总面积为400平方米的三个大小相同的矩形羊圈,求羊圈的边长 $AB$ , $BC$ 各为多少米?



#### 四、解答题(二)(本大题共4小题,共43分)

1.如图,已知 $\triangle ABC$ ,按如下步骤作图:

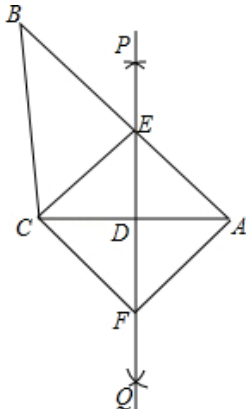
①分别以 $A$ , $C$ 为圆心,大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径画弧,两弧交于 $P$ , $Q$ 两点;

②作直线 $PQ$ ,分别交 $AB$ , $AC$ 于点 $E$ , $D$ ,连接 $CE$ ;

③过 $C$ 作 $CF \parallel AB$ 交 $PQ$ 于点 $F$ ,连接 $AF$ .

(1) 求证:  $\triangle AED \cong \triangle CFD$ ;

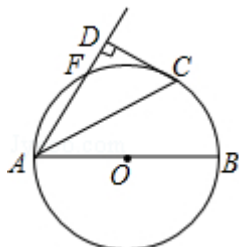
(2) 求证: 四边形 $AECF$ 是菱形.



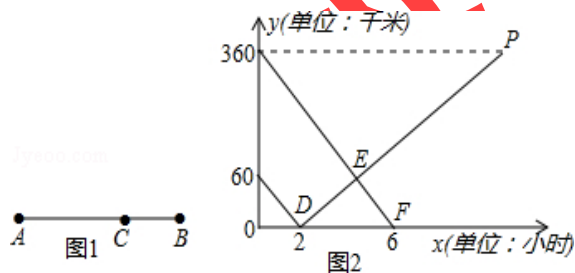
2.如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $F, C$  是  $\odot O$  上两点, 且  $\overline{AF} = \overline{FC} = \overline{CB}$ , 连接  $AC, AF$ , 过点  $C$  作  $CD \perp AF$  交  $AF$  延长线于点  $D$ , 垂足为  $D$ 。

(1) 求证:  $CD$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $CD = 2\sqrt{3}$ , 求  $\odot O$  的半径。



3.如图 1 所示, 在  $A, B$  两地之间有汽车站  $C$  站, 客车由  $A$  地驶往  $C$  站, 货车由  $B$  地驶往  $A$  地。两车同时出发, 匀速行驶。图 2 是客车、货车离  $C$  站路程  $y_1, y_2$  (千米) 与行驶时间  $x$  (小时) 之间的函数关系图象。

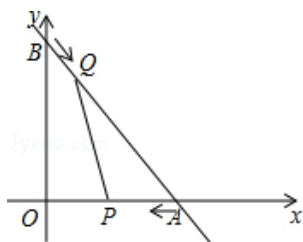


(1) 填空:  $A, B$  两地相距 \_\_\_\_\_ 千米;

(2) 求两小时后, 货车离  $C$  站的路程  $y_2$  与行驶时间  $x$  之间的函数关系式;

(3) 客、货两车何时相遇?

4.如图, 直线  $y = -\frac{4}{3}x + 8$  与  $x$  轴交于  $A$  点, 与  $y$  轴交于  $B$  点, 动点  $P$  从  $A$  点出发, 以每秒 2 个单位的速度沿  $AO$  方向向点  $O$  匀速运动, 同时动点  $Q$  从  $B$  点出发, 以每秒 1 个单位的速度沿  $BA$  方向向点  $A$  匀速运动, 当一个点停止运动, 另一个点也随之停止运动, 连接  $PQ$ , 设运动时间为  $t(s)$  ( $0 < t \leq 3$ )。



(1) 写出  $A, B$  两点的坐标;

(2) 设  $\triangle AQP$  的面积为  $S$ , 试求出  $S$  与  $t$  之间的函数关系式; 并求出当  $t$  为何值时,  $\triangle AQP$  的面积最大?

(3) 当  $t$  为何值时, 以点  $A, P, Q$  为顶点的三角形与  $\triangle ABO$  相似, 并直接写出此时点  $Q$  的坐标。

教师  
模拟  
题库  
资料