

中学数学教师招聘专业知识模拟卷（一）

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 复数 $3+4i$ 的模是 ()

- A.3 B.4 C.5 D.7

2. 设集合 $A = \{x | x^2 < 1\}$, $B = \{x | 2^x < 1\}$, 则 ()

- A. $A \cap B = \{x | 0 < x < 1\}$ B. $A \cap B = \{x | -1 < x < 0\}$
 C. $A \cup B = \{x | -\infty < x < -1\}$ D. $A \cup B = \{x | -\infty < x < +\infty\}$

3. 下列命题中真命题是 ()

- A. $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$ 一定成立
 B. 有理数包括正有理数、0 和负有理数
 C. 所有等边三角形都全等
 D. 圆锥的主视图一定是等边三角形

4. 方程 $\frac{2x+1}{x^2+2} = \log_{\frac{1}{2}} x$ 的解所在区间是 ()

- A. $\left[0, \frac{1}{3}\right]$ B. $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right]$ C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ D. $\left[0, \frac{1}{2}\right]$

5. 设方程 $x^2 + \sqrt{2}ax + b = 0 (a, b \in \mathbf{R})$ 在 $(-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty)$ 上有实根, 则 $(a^2 + b^2)_{\min}$ 是 ()

- A.2 B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D.4

6. 已知函数 $f(x) = \ln(2x + \sqrt{4x^2 + 1}) - \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$, 若 $f(a) = 1$, 则 $f(-a) =$ ()

- A.0 B.-1 C.-2 D. $-\frac{3}{2}$

7. 已知函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上递减, $A(-1, -2)$, $B(4, -2)$ 是其图像上

两点, 则不等式 $|f(x+3)| < 2$ 的解集为 ()

- A. $\{x | -4 < x < -1 \text{ 或 } 1 < x < 4 \text{ 或 } x = 0\}$ B. $\{x | -1 < x < 2 \text{ 或 } 4 < x < 7 \text{ 或 } x = 3\}$

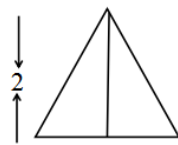
- C. $\{x | -7 < x < -4 \text{ 或 } -2 < x < 1 \text{ 或 } x = -3\}$ D. $\{x | -6 < x < -3 \text{ 或 } -1 < x < 2 \text{ 或 } x = -2\}$

8. 设 $a, b, x, y \in \mathbf{R}$, 且 $x, y \neq 0$, x 是 a, b 的等差中项, y 是 b, c 的等差中项, 若 a, b, c 成等比数列, 那么 $\frac{a}{x} + \frac{c}{y}$ 的值为 ()

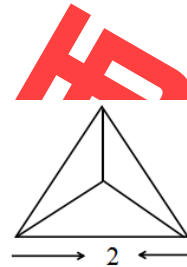
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 底面是边长为 2 的正三角形的三棱锥的正视图与俯视图如图所示, 则其侧视图的面积为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 3



正视图



俯视图

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 2, 直线 l 与双曲线 C 交于 A, B 两点, AB 的中点 M 位于平面直角坐标系的第一象限, 并切在抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 上, 则直线 l 的斜率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. 2 D. 1

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

1. 若 $-9 \leq x \leq -2, 3 \leq y \leq 4$, 则 $\frac{2x+y}{x}$ 的最大值是_____。

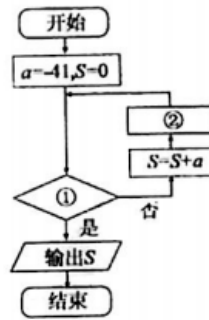
2. 已知, 函数 $f(x) = e^{-|x|} + \cos \pi x$, 给出下列命题:

- (1) $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的最大值是 2。
- (2) $f(x)$ 在 $(-2017, 2017)$ 内所有零点之和是 0。
- (3) $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的任何一个极大值均大于 1。

其中正确的命题序号是_____。

3. 设 p 在 $[0, 5]$ 上随机的取值, 则关于 x 的方程 $x^2 + px + 1 = 0$ 有实数根的概率为_____。

4. 右图表示的是求首项为 -41 , 公差为 2 的等差数列前 n 项和的最小值得程序框图, 如果②中填 $a = a + 2$, 则①可填写_____。



5. 若 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} 3x-4 \geq 0 \\ y \geq 1 \\ 3x+y-6 \leq 0 \end{cases}$, 则 $\frac{y}{x}$ 的最大值是 。

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 55 分)

1. 已知函数 $f(x) = \cos x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} \cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{4}$, $x \in \mathbf{R}$ 。

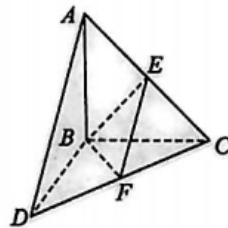
(1) 求 $f(x)$ 的最大值;

(2) 求 $f(x)$ 的图象在 y 轴右侧第二个最高点的坐标。

2. 如图, 三棱锥 $A-BCD$ 中, $\triangle ABC$ 和 $\triangle BCD$ 所在平面互相垂直, 且 $BC = BD = 4$, $AC = 4\sqrt{2}$, $CD = 4\sqrt{3}$, $\angle ACB = 45^\circ$, E, F 分别为 AC, DC 的中点。

(1) 求证: 平面 $ABD \perp$ 平面 BCD ;

(2) 求二面角 $E-BF-C$ 的正弦值。



3. 某架飞机载有 5 位空降兵空降到 A, B, C 三个地点, 每位空降兵都要空降到 A, B, C 中任意一个地点, 且空降到每一个地点的概率都是 $\frac{1}{3}$, 用 ξ 表示地点 C 空降人数, 求:

(1) 地点 A 空降 1 人, 地点 B, C 各空降 2 人的概率;

(2) 随机变量 ξ 的分布列与期望。

4. 已知数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $B_n = \frac{3n^2 - n}{2}$ 。

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 设数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n = [b_n + (-1)^n] \cdot 2^n$ ，求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

5. 在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，直线 $y = x$ 被椭圆截得的线段长为 $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ 。

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 过原点的直线与椭圆 C 交于两点 $(A, B$ 不是椭圆 C 的顶点)，点 D 在椭圆 C 上，且 $AD \perp AB$ ，直线 BD 与 x 轴 y 轴分别交于 M, N 两点。设直线 BD, AM 斜率分别为 k_1, k_2 ，证明存在常数 λ 使得 $k_1 = \lambda k_2$ ，并求出 λ 的值。

6. 已知函数 $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ 。

(1) 求函数 $f(x)$ 的零点及单调区间；

(2) 求证：曲线 $y = \frac{\ln x}{x}$ 存在斜率为 6 的切线，且切点的纵坐标 $y_0 < -1$ 。